

Mathématiques créatives, physiques significatives et le livre ouvert de la nature: quelques remarques sur les systèmes dynamiques, le chaos, le déterminisme et la nature du temps

Luciano Boi et Eric Bois

École des Hautes Études en Sciences Sociales/ Observatoire de la Côte d'Azur

Le problème métaphysique du temps est celui de notre identité changeante, des autres identités changeantes. En disant que quelque chose a changé je n'ai voulu pas dire que ce quelque chose a été remplacée par quelque chose d'autre. Si je dis : la graine a poussé ; je n'ai voulu pas dire par là qu'une graine est remplacée par une plante ; je veux dire que cette graine s'est transformée en quelque chose de différent, en une plante. Autrement dit, c'est l'idée de la permanence dans l'aléatoire. Jorge Luis BORGES

Oui en vérité, laissez-moi vous le dire
L'homme doit avoir le chaos en lui
Pour naître en étoile dansante.
Friedrich NIETZSCHE

Résumé. Dans cet article, nous décrivons quelques caractéristiques particulièrement significatives de la théorie des systèmes dynamiques et du chaos dynamique. Nous discutons également la question du rapport déterminisme-indéterminisme, proposons les jalons d'une nouvelle interprétation du principe de causalité en physique (relativiste et quantique) ainsi que dans les sciences du vivant, revu à la lumière de la notion de complexité. Nous cherchons à mettre en évidence quelques propriétés importantes des systèmes complexes, tout en nous interrogeant sur leur signification et portée à la fois scientifique et philosophique. Nous insistons, à ce propos, sur l'importance des notions de non-linéarité, non-intégrabilité et non-localité. En particulier, nous montrons comment les non-linéarités attachées à un système chaotique ou complexe sont une source infinie de diversité de formes et de comportements. L'une des idées centrales de ces réflexions consiste à établir une connexion profonde entre objets géométriques, processus dynamiques et philosophie naturelle. Plus précisément, l'idée est que la structure d'un phénomène (ou d'une classe de phénomènes) dépend pour une large part des processus dynamiques qu'elle organise sous l'action de groupes de symétries et/ou de transformations topologiques. De plus, les brisures de symétries, les bifurcations et autres singularités conduisent généralement à l'émergence de nouvelles formes spatiales et de nouvelles propriétés temporelles.

Mots clé : objets géométriques, systèmes dynamiques, espace des phases, systèmes dissipatifs, chaos, déterminisme-indéterminisme, complexité, systèmes non linéaires, auto-organisation, stabilité-instabilité, attracteurs étranges, principe de causalité, nature du temps, philosophie naturelle.

1. Systèmes dynamiques, statut du temps et modes du mouvement

Dans cet article, on se propose de développer une réflexion sur certains aspects de la théorie du chaos dynamique et des mathématiques non linéaires. Parallèlement à cette réflexion, nous proposons une interprétation philosophique nouvelle du principe de causalité en physique. Son objectif est également de montrer que certains objets, notamment issus de la géométrie, des systèmes dynamiques et de l'astrophysique, sont nécessairement et profondément liés et qu'ils revêtent une signification épistémologique qui déborde les limites d'une théorie scientifique purement descriptive. Leur détermination mathématique et phénoménologique exige en fait l'introduction de méthodes mathématiques de nature plus qualitative (essentiellement de nature topologique) qui nous renseignent sur un niveau d'organisation structurale supplémentaire par rapport à l'information que l'on obtient par l'application de méthodes purement numériques et statistiques.

Cette détermination nous fournira la possibilité de suggérer quelques réflexions sur la nature à la fois mathématique et phénoménologique de certains concepts scientifiques fondamentaux, comme ceux de *chaos* et de *complexité*, ainsi que quelques considérations sur le statut scientifique et épistémologique des notions de *déterminisme* et de *prédictibilité*. De plus, on s'interrogera sur la question de savoir quel sens faut-il attribuer à la modélisation mathématique de tel ou tel système dynamique, et de quel type de mathématiques non-linéaires avons-nous besoin pour rendre compte de tous ces phénomènes dans lesquels à la fois certaines singularités spatiales et l'action du temps jouent un rôle fondamental. Et encore, sur le sens qu'il convient d'attribuer à la complexité de leur comportement ?

Une première question fondamentale que l'on peut se poser, et qui servira de fil conducteur des réflexions développées ici, est la suivante : pourquoi l'Univers est-il en mouvement (c'est-à-dire en changement) permanent ? Son existence dépendrait-elle précisément du fait qu'il est en mouvement ?¹ Pour être en mesure de répondre à cette question, il faut d'abord et avant tout préciser la nature et la forme de ce mouvement.

Au préalable, rappelons que la théorie des systèmes dynamiques, issue des travaux fondamentaux d'Henri Poincaré et prolongée par quelques mathématiciens et physiciens théoriciens autour des années 1930, s'était posée comme tâche de ramener la solution des équations du mouvement de certaines classes de systèmes dynamiques à l'étude plus large des propriétés géométriques qualitatives et globales de l'espace dans lequel ces systèmes sont plongés et se laissent définir. Dans ce dessein, il fallut

¹ Ces questions ont constitué la trame centrale de l'ouvrage de l'un d'entre nous : Bois, E., *L'Univers sans repos ou l'essence première du mouvement*, Peter Lang, col. "Philosophia Naturalis et Geometricalis", Berne, 2002 (ouvrage préfacé par L. Boi).

introduire trois nouveaux concepts mathématiques, ceux respectivement de *systèmes dynamiques*, *d'espace des phases* et de *chaos déterministe*, qui changeront profondément la conception de domaines entiers des mathématiques et de la physique au vingtième siècle. Les deux premiers concepts sont en quelque sorte liés, et il convient d'en donner d'emblée une définition même très intuitive et de préciser quelque peu leurs significations ; quant au troisième concept, nous l'aborderons plus en avant car il sera nécessaire d'introduire préalablement quelques autres notions fondamentales.

Par système dynamique,² il faut entendre tout système de parties interagissantes, quelle que soit sa nature (physique, chimique, biologique, économique, etc.) soumis à une phénoménologie qui évolue au cours du temps. L'analyse de tout phénomène dépend donc du temps et, s'agissant de caractériser leurs types de comportement ou d'évolution sans référence directe aux éléments matériels du système étudié, la théorie des systèmes dynamiques présente un haut degré de généralité et d'universalité, également une portée philosophique et ontologique remarquable. Cette évolution peut être décrite par un ensemble fini d'équations qui prennent des formes mathématiques diverses : équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, ou bien encore des applications (fonctions) beaucoup plus générales.

D'un point de vue historique, disions-nous, la théorie des systèmes dynamiques est née avec les travaux de Poincaré autour des années 1881-1890, notamment avec les deux grands mémoires (*Sur les courbes définies par des équations différentielles*, *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*) où l'étude quantitative (analytique) locale des équations différentielles dans le champ complexe est remplacée par leur étude qualitative (géométrique) globale dans le champ réel. Elle s'est donnée pour but une description aussi précise que possible du comportement asymptotique de certaines familles d'équations différentielles. L'étude qualitative de l'ensemble des mouvements possibles d'un pendule rigide dans un plan vertical offre une illustration simple de la notion de système dynamique. Le problème des trois corps en mécanique céleste ou la caractérisation des équations du type Van der Pol sont d'autres exemples déjà plus compliqués (bien qu'aux équations simples). Si au lieu de trois corps, l'on a un système à n corps, comme c'est le cas pour le système Solaire pris dans son ensemble, alors les données du problème se compliquent énormément (voir plus loin des considérations sur ces cas).

² Pour des exposés clairs et conceptuellement profonds de la théorie des systèmes dynamiques, le lecteur familiarisé avec certaines notions mathématiques fondamentales pourra consulter les articles suivants : S. Smale, «Differentiable dynamical systems», *Bulletin of the American Mathematical Society*, 6 (1967), 747-817 ; M. W. Hirsch, «The dynamical systems approach to differential equations», *Bulletin of the American Mathematical Society*, 11 (1984), 1-64 ; A. Chenciner, «Systèmes dynamiques différentiables», *Encyclopædia Universalis*, corpus 21, 1044-1080 ; J.-C. Yoccoz, «Recent Developments in Dynamics», *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Zürich, 1994), Birkhäuser, 1995, 246-265.

1.2. L'oscillateur et la dynamique des évolutions non-monotones

Une première distinction d'importance est celle entre systèmes avec dissipation de l'énergie totale et ceux sans dissipation : en effet les deux genres ne présentent pas les mêmes propriétés ni ne conduisent aux mêmes résultats. La dissipation d'énergie, que ce soit par transfert ou par perte, fait intervenir l'existence d'un attracteur étrange, c'est-à-dire une limite asymptotique (pour $t \rightarrow \infty$) des solutions et, de ce fait, cette limite ne dépend pas (ou ne dépend pas uniquement) des conditions initiales. Cela produit un certain nombre de conséquences extrêmement intéressantes sur lesquelles nous reviendrons dans un instant. En mécanique, la perte d'énergie peut être liée par exemple à du frottement qui entraîne une diminution continue de l'énergie. D'une manière générale, les systèmes correspondants sont qualifiés de *dissipatifs* tandis que les systèmes sans dissipation sont dits *conservatifs* au sens où l'énergie totale se conserve.³

Approfondissons quelque peu cette notion à partir d'un exemple simple. La notion d'oscillation, et celle de vibration qui lui est directement associée, est tout à fait essentielle à l'étude de la dynamique des évolutions non-monotones, marquées par un mouvement, régulier ou non, entre certaines limites. En fait, « l'oscillateur » est l'archétype même d'un phénomène ayant un comportement dépendant du temps. Mais il s'agit là d'une *Gedankenexperiment*, d'une idéalisation dans laquelle on a dû négliger en particulier toute espèce de frottement. Ainsi, le mouvement (périodique) d'un pendule réel, par exemple, cesse toujours au bout d'un certain temps à cause de tels frottements (résistance de l'air par exemple). En d'autres termes, l'amplitude des oscillations décroît inexorablement au cours du temps.

Ce phénomène de dissipation de l'énergie, dont l'expérience nous enseigne la portée et la généralité, peut être exprimé en des termes mathématiques précis. Considérons d'abord le cas (idéal) d'un pendule simple (exemple bien connu d'oscillateur dit libre) où l'on admet, outre le caractère ponctuel de la masse, l'absence de tout frottement et la conservation de certaines grandeurs physiques du mouvement pendulaire. L'équation

$$(1) \quad F = ml (d^2 \theta / dt^2) = - mg \sin \theta$$

soit

$$(2) \quad (d^2 \theta / dt^2) + (g/l) \sin \theta = 0,$$

n'est rien d'autre que le principe fondamental de la dynamique appliqué au pendule en question. Ici m est la masse placée dans un champ de pesanteur d'accélération g .

³ Les systèmes dits *Hamiltoniens* sont une classe de systèmes conservatifs par définition.

Suspendue en un point O par un fil rigide de longueur l , cette masse oscille dans un plan vertical ; les deux points situés à l'aplomb du point O sont des points d'équilibre, dont l'un, R , est stable et l'autre, R' , instable ; $\theta(t)$ mesure l'angle que fait, à l'instant t , le fil avec la verticale OR . Pour prendre en compte le phénomène de la dissipation, il suffit de modifier l'équation précédente (équation qui, il faut le souligner, est formellement invariante par renversement du temps) en la réécrivant sous la forme :

$$(3) \quad (d^2\theta/dt^2) + 2\gamma(d\theta/dt) + \omega^2 \sin \theta = 0,$$

où γ est un coefficient d'amortissement, et $\omega^2 = (g/l)$ le carré de la pulsation. On obtient ainsi l'équation homogène du pendule « amorti », dont l'expérience montre qu'elle est satisfaite lorsque interviennent des frottements « fluides ». L'évolution de l'énergie prend ici la forme :

$$(4) \quad E(\theta, \dot{\theta}) + 1/2(\dot{\theta}^2 + \omega^2 \theta^2),$$

puisque, par hypothèse : $1 - \cos \theta \sim \theta^2/2$.

En tenant compte de (3) on voit que :

$$(5) \quad dE/dt = -\gamma \dot{\theta}^2.$$

Ainsi, l'énergie est conservée si $\gamma = 0$ (absence de frottement) et décroît si $\gamma > 0$. Puisque, par définition, $E \geq 0$, l'énergie tend donc inéluctablement vers 0. L'oscillateur amorti offre un exemple typique de système dissipatif dont les caractéristiques dynamiques les plus remarquables sont les suivantes : (i) pour de tels systèmes dissipatifs, il n'existe pas en général d'hamiltonien indépendant du temps et donc pas d'énergie conservée ; (ii) dans certains cas, par contre, il existe une fonction des variables dynamiques, la *fonction de Lyapunov*, positive et décroissante de façon monotone au cours du temps (ce qui est une preuve de l'irréversibilité) ; (iii) on peut aussi avoir, pour un système dissipatif, un régime d'évolution beaucoup plus compliqué qu'une simple décroissance, mais, de toutes façons, chaque fois qu'il y a dissipation, les équations du mouvement changent par renversement du temps : la dynamique des systèmes dissipatifs n'est pas réversible.

1.3. L'espace des phases, systèmes conservatifs et dissipatifs, et le statut de la fonction d'Hamilton

Une notion mathématique fondamentale permettant de décrire et de suivre l'évolution de tout système dynamique est celle d'*espace des phases*. La notion de

champ de vecteurs permet de modéliser l'évolution des systèmes à un nombre fini de degrés de liberté régis par des équations différentielles. On commence par associer à chaque état du système un point « représentatif », l'ensemble de ces points formant ce qu'on appelle l'*espace des phases* du système considéré : c'est un espace abstrait dont les coordonnées sont les composantes de l'*état*.⁴ Si les coefficients du système différentiel dépendent du temps, on a alors la *dynamique* (c'est-à-dire la loi qui caractérise l'évolution de l'état du système en fonction du temps) du système ; le point représentatif devra contenir le temps et l'on dit qu'en ce cas le système est *non autonome*.

L'espace des phases P ainsi introduit est souvent muni de structures supplémentaires : on peut en fait penser que P est donné comme partie (ou comme sous-variété) d'un espace $\mathbf{R}^N$ ambiant. L'espace des phases P étant donné, l'évolution temporelle du système se traduit par une courbe paramétrée γ , trajectoire dans P du point représentatif. Cette courbe est une *courbe intégrale* du champ de vecteurs X sur P qui correspond au système différentiel.⁵ Dans le cas mathématique le plus simple, l'espace à une phase est une variété et le champ de vecteurs tangents considéré est régulier et lisse (de classe C^∞). L'ensemble de toutes les évolutions temporelles possibles, c'est-à-dire de toutes les courbes intégrales de X , se représente par le *flot intégral* associé à X . C'est la famille $F_t(x)$ d'applications de P dans P telle que $F_t(x)$ soit le point atteint au bout du temps t à partir de la position initiale x .

L'étude globale et qualitative d'un champ de vecteurs comporte la détermination de son *portrait de phases*, c'est-à-dire la structure topologique de l'ensemble des courbes intégrales. Il existe deux types de courbes intégrales, celles qui sont réduites à des *points singuliers*, et celles qui sont *périodiques*. Ajoutons simplement que les points singuliers sont ceux où le champ de vecteurs s'annule, et qu'en un point non-singulier périodique le portrait de phases présente une structure assez simple. En mécanique, les premiers correspondent aux *équilibres*, les secondes aux *librations* (dans l'espace des phases, ces librations correspondent à des orbites quasi-périodiques, ou à des courbes intégrales homéomorphes au cercle).

Généralement, un système est dit déterministe si la connaissance exacte de son état initial permet de prédire son futur (et son passé) avec certitude. En d'autres termes, la considération d'un système dynamique indique que si l'on connaît (par une mesure)

⁴ Par exemple les positions-vitesses d'un mobile dont on étudie la trajectoire.

⁵ Notons qu'une même courbe géométrique correspond à une infinité de mouvements déduits les uns des autres par une translation du temps ; on appelle *courbes intégrales* ces courbes géométriques orientées : dans un espace des phases (défini sur le cylindre), deux d'entre elles ne peuvent pas s'intersecter. Le fait que les courbes intégrales remplissent le plan (le cylindre) et ne se rencontrent pas est la traduction géométrique du théorème fondamental d'existence et d'unicité des solutions d'équations différentielles.

la position et la vitesse à un instant donné, les lois de la physique connues permettent de déterminer le comportement de ces deux variables (c'est-à-dire l'évolution du système) à n'importe quel autre instant ultérieur. Cette idée a joué en science un rôle fondamental et, au XVIII^e siècle, Pierre Simon de Laplace l'exprima sous sa forme la plus extrême : selon lui, il suffisait de connaître la position et la vitesse de toutes les particules de l'Univers à un instant donné, pour calculer l'intégralité de son évolution ultérieure. Mais c'est l'un des résultats scientifiques parmi les plus importants de ces dernières décennies d'avoir compris que même si les lois de la physique sont déterministes, nous ne pourrions prédire le futur exhaustif de l'Univers ni de ses sous-parties constituantes. La raison fondamentale est que les systèmes dynamiques sont très généralement non-intégrables au sens de Poincaré et sont par conséquent susceptibles de comportements irréguliers générant des limites de prédictibilité dans les calculs.⁶ Ainsi, le déterminisme n'implique plus la prédictibilité⁷ et la rigueur des lois physiques n'est pas en contradiction avec la contingence de certains faits. Mais le *déterminisme* signifie simplement que le passé et le futur découlent d'une manière *unique* du présent. Ceci se vérifie dans les calculs par un déploiement dans l'espace des phases, via une relation dynamique unique, des différents comportements dynamiques possibles parmi lesquels figurent les états passés, présents et à venir. Les comportements qualitatifs possibles peuvent être réguliers selon une variété de modalités différentes ou irréguliers et dits chaotiques. Dans le premier cas, les prédictions sont possibles sur une certaine durée finie ; dans le second, elles ne le sont plus.

D'une manière en quelque sorte analogue à la conception élaborée par Minkowski au début du siècle dernier dans le cadre d'un espace-temps physico-mathématique dans lequel le temps se voit attribuer le même statut que l'espace dans la représentation des phénomènes physiques électromagnétiques et optiques, dans la théorie des systèmes dynamiques, le temps acquiert le rôle d'une variable dynamique tout aussi importante que les paramètres spatiaux. Mais à la différence de la relativité restreinte où l'espace-temps de Minkowski sert de cadre mathématique abstrait permettant la description et la représentation des phénomènes optiques et électromagnétiques, dans la théorie des systèmes dynamiques, le temps détermine intrinsèquement l'évolution du système et il est à même d'en influencer son changement. En effet, le temps s'avère être l'un des constituants essentiels permettant de comprendre le comportement qualitatif de plusieurs classes de phénomènes naturels et, dans certains cas, d'expliquer les raisons de leurs évolutions d'une certaine façon plutôt que d'une autre, ou qu'ils se transforment suivant un certain type de lois au lieu

⁶ Nous reviendrons plus loin sur cette propriété de non-intégrabilité décrite dans de multiples ouvrages. L'on peut aussi se reporter à Bois (2002, 2003, 2006) pour le rapport décisif de cette propriété au chaos dynamique.

⁷ Cette conséquence majeure des systèmes dynamiques pour la philosophie de la Nature est clairement introduite et explicitée dans nos travaux précédents (Bois 1997, 2001a, 2001b, 2002, 2003, 2006).

d'un autre. Le concept de système dynamique n'est donc pas un simple outil de modélisation, mais bien plutôt un magnifique exemple montrant, d'une part, le rapport profond qui existe entre l'espace, le temps et les différents modes de changement affectant les processus naturels, et de l'autre, le caractère à la fois générateur et immanent du temps. Remarquons à ce propos que le temps agit sur la nature de la dynamique qui caractérise chaque type de système ; par exemple, la dynamique des systèmes *dissipatifs* est fort différente de la dynamique des systèmes *conservatifs*. Les propriétés qui caractérisent les mouvements chaotiques des systèmes conservatifs et celles des « attracteurs étranges » (voir plus loin pour une définition de ces objets) dans les systèmes dissipatifs ne sont pas du même type bien qu'il y ait en commun des exposants de Lyapunov grands.

D'un point de vue plus conceptuel, on peut dire que la caractéristique fondamentale des systèmes conservatifs, par rapport aux systèmes dissipatifs, est leur invariance par renversement du temps – une propriété hautement non triviale. Ceci traduit le fait que les lois physiques fondamentales impliquées dans la fonction d'Hamilton H sont de même « nature », c'est-à-dire qu'elles sont toutes réversibles, bien qu'elles puissent se manifester selon des modes différents ; mais il suffit que l'énergie totale se dissipe pour que cette propriété essentielle ne soit plus nécessairement conservée. Rappelons que l'hamiltonien H dépend des coordonnées généralisées d'espace, notées q_i , des coordonnées généralisées de moment canoniquement conjuguées, notées p_i :

$$(6) \quad H(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n).$$

Lorsque la fonction H ne dépend pas explicitement du temps, on vérifie que :

$$(7) \quad \partial H / \partial t = dH / dt = 0,$$

d'où :

$$(8) \quad H(q, p) = E = \text{constante}.$$

Ainsi tout système décrit par une fonction d'Hamilton indépendante du temps est conservatif. En bref, on peut dire que le principal but de l'utilisation des concepts d'espace des phases et de celui associé de systèmes dynamiques est de comprendre l'*origine* et les *caractéristiques* de toutes les évolutions rencontrées dans la nature, aussi bien celles régulières, stables ou instables, que celles chaotiques, dominées par l'instabilité.

Dans l'analyse de tout phénomène physique ou de tout système dynamique, il convient de distinguer entre les *essences* et les *modalités*. Les premières servent à

caractériser, pour ainsi dire ontologiquement, des régions du monde réel auxquelles on peut faire correspondre des sous-variétés de l'espace-temps global ou des niveaux d'organisation de telle ou telle autre classe de phénomènes auxquels on peut associer des hypersurfaces du même espace-temps. Les secondes peuvent être pensées comme des sortes d'attributs phénoménologiques des essences. Ainsi, par exemple, un système dynamique peut présenter un comportement local chaotique tout en gardant son caractère déterministe. Par ailleurs, l'un de ses comportements réguliers peut être stable et devenir instable à cause d'un changement mineur de phase. On peut dire dès lors qu'une même propriété *essentielle* peut exister sous deux régimes dynamiques différents, autrement dit sous deux *modes* différents d'existence : il suffit que l'on modifie l'état d'un système donné (par exemple, en faisant varier un paramètre de contrôle comme la vitesse ou la température ou en faisant intervenir un nouveau paramètre) pour que l'un de ces modes apparaisse, et l'autre disparaisse.

Expliquons ce qui vient d'être dit à l'aide d'un exemple. Soit k le paramètre de contrôle d'une famille d'attracteurs d'un système dynamique donné, modélisé par ce que l'on appelle une *transformation du cercle*, définie par l'équation itérative suivante :

$$(9) \quad x_{n+1} = \omega + x_n + (k/2\pi) \sin 2\pi x_n.$$

Ce modèle permet d'étudier la transition vers le chaos d'un système caractérisé par deux fréquences dont le rapport est égal à ω . Lorsque ce rapport est un nombre irrationnel, on obtient un diagramme dont les quatre différentes couleurs correspondent aux probabilités de répartition des points x_n entre les différents attracteurs : une forte proportion de points tombent dans les régions rouges, une proportion inférieure dans les régions vertes et une proportion encore inférieure dans les régions bleues ; aucun point ne tombe dans les parties noires. Lorsque le paramètre k , qui définit les interactions non linéaires des deux fréquences, est nul ou petit, tous les points compris entre 0 et 1 appartiennent au même attracteur. Pour les valeurs de k supérieures, cette propriété n'existe plus et des points sont atteints beaucoup plus souvent que les autres ; l'attracteur est alternativement *étrange* et *non chaotique*, quand k augmente. Le diagramme montre qu'il existe au moins deux voies menant au chaos : une voie quasi-périodique entre les valeurs 0 et 1 du paramètre, et une voie de doublement de période entre les valeurs 1, 4 et 2. La voie quasi-périodique est mathématiquement équivalente à la trajectoire traversant un attracteur torique (c'est-à-dire la trajectoire parcourant la surface d'un tore de KAM). Dans la voie de dédoublement de fréquence, associée à un *cycle limite*,⁸ les branches sont appariées et en nombre égal à une puissance de deux ; le

⁸ Pour une présentation détaillée de cette notion, ainsi que des notions apparentées de *cycle sans contact* et de *surface sans contact* (les trois ont été introduites par Poincaré en 1890 et caractérisées de façon plus complète quelques années plus tard par D. Birkhoff), l'on peut se reporter à notre étude : Boi, L.,

dédoublément survient ici à partir de trois branches initiales. Les points successifs se placent alternativement sur les paires de branches (pour la valeur du paramètre k égale à 1,4, par exemple, les points ne prennent que trois valeurs ; aux grandes valeurs de k , cette «orbite de période trois» se dédouble et les points se répartissent selon six valeurs, puis, après un nouveau dédoublement, les points se répartissent selon 12 valeurs, etc.). Après de nombreux dédoublements, la structure est si ramifiée qu'une bande « dense » apparaît: c'est le chaos. Déjà complexe au début, le comportement de ce système dynamique est devenu de moins en moins régulier, puis complètement irrégulier, c'est-à-dire chaotique. Le comportement chaotique apparaît en fait comme une propriété d'*universalité* et de *généricité* de la nature, quelles que soient l'échelle physique et la dimension de l'espace.

2. Les propriétés caractéristiques des systèmes chaotiques

Un système présente de comportements chaotiques lorsqu'il montre certaines caractéristiques ou signatures spécifiques dont deux d'entre elles sont commentées ci-dessous. Cependant, ces caractéristiques doivent être dûment établies par des méthodes appropriées ; les indications de chaos ne constituent ni absolument les preuves du chaos ni ne renvoient systématiquement à la même réalité phénoménologique.⁹

(i) *La sensibilité aux conditions initiales.* Il y a beaucoup de systèmes (physiques, naturels et biologiques) et même beaucoup de situations dans la vie de tous les jours qui montrent une *dépendance très sensible aux conditions initiales* : une petite modification des conditions initiales change considérablement l'évolution ultérieure du système. C'est un comportement que l'on rencontre dans un grand nombre de systèmes complexes. Leur propriété consiste en ce qu'une légère variation des données initiales induit des différences abruptement croissantes entre les trajectoires du mouvement. En d'autres termes, une petite modification des conditions initiales conduit rapidement à un état (du système) tout à fait différent, ce qui revient à dire qu'une faible incertitude sur les données initiales peut conduire rapidement à une incertitude totale sur les résultats. Ce fait, peu intuitif, est d'une importance philosophique considérable car il montre qu'un système déterministe peu avoir un comportement imprévisible.¹⁰

« Mathématiques qualitatives, théorie des groupes et conception de l'espace chez Poincaré », *Preprint de l'IHES*, janvier 1996, 24 p.

⁹ Voir à ce sujet notre classification des niveaux de signification du chaos (Bois 2001b, 2006). En outre le syndrome du chaos est tel que ses « symptômes » peuvent être trompeurs (Bois 2001c).

¹⁰ Voir, à ce sujet, les références suivantes : V. Croquette, "Déterminisme et chaos", in *L'ordre du chaos*, Pour la Science Belin, Paris, 1989, pp. 64-87 ; J. Ford, "Qu'est-ce que le chaos, pour que nous l'ayons à l'esprit ?", in *La nouvelle Physique*, sous la dir. de P. Davies, Flammarion, Paris, 1993, pp. 348-372 ; D. Ruelle, *Hasard et chaos*, Odile Jacob, Paris, 1991.

(ii) *La divergence exponentielle de deux trajectoires issues de points aussi voisins que l'on veut dans l'espace des phases.* Cela ressemble à une opération topologique de repliement et d'étirement dans l'espace des phases. Précisons que la divergence exponentielle des trajectoires est un phénomène local, souvent lié à la proximité de résonances dans les systèmes conservatifs. Dans les systèmes dissipatifs, comme les attracteurs sont de dimensions finies, il est impossible que deux trajectoires divergent indéfiniment de façon exponentielle. Par conséquent, l'attracteur doit se replier sur lui-même et des trajectoires divergentes finissent toujours par se rapprocher à un moment ou à un autre. Les trajectoires qui se dirigent vers un attracteur chaotique subissent ainsi une sorte de mélange qui est à l'origine du caractère aléatoire des trajectoires. Plus précisément encore, c'est le chaos qui mélange les trajectoires en « pétrissant » l'espace des phases comme un boulanger pétrit sa pâte. Le processus de repliement et d'étirement se répète à l'infini et fait apparaître un très grand nombre de plis imbriqués les uns dans les autres. En d'autres termes, un attracteur étrange est un *fractal*, c'est-à-dire un objet dont la complexité apparaît à mesure qu'on l'observe avec un grossissement croissant.

Un exemple de ce type d'attracteur étrange est celui qui a été conçu par M. Hénon. En effet, il se caractérise par le fait que tous les points de l'attracteur sont obtenus à partir d'un seul point initial auquel on a appliqué la transformation de Hénon de très nombreuses fois. Cet attracteur, notons-le A , est invariant par action du flot ϕ qui est la donnée d'un ensemble de n équations différentielles ordinaires du premier ordre :

$$(10) \quad (d/dt) X(t) = F(X, t),$$

X étant un vecteur de l'espace des phases $\mathbf{R}^n$ et F désignant un champ de vecteurs de cet espace, fonction de X et du temps t . Quand F ne dépend pas explicitement du temps, mais seulement de X , le flot est dit *autonome* ; dans le cas contraire, on a affaire à un flot *non-autonome* inclus dans un certain domaine, B , de volume non nul, qui constitue son « bassin d'attraction ». Par définition, ce bassin est l'ensemble des points tels que la trajectoire dans l'espace des phases qui en est issue converge rapidement vers A – par exemple, dans un cas simple, vers le cycle limite mentionné plus haut. En d'autres termes, l'attracteur A est la limite asymptotique des solutions émanant de toute condition initiale située dans son bassin d'attraction B . Même si A est un objet d'apparence géométrique simple, son bassin B peut, en revanche, avoir une forme très compliquée.

(iii) *La propriété fondamentale de non-intégrabilité des systèmes dynamiques non-linéaires à plusieurs degrés de liberté.* Cette propriété est à la base de la

compréhension du chaos dynamique et des caractéristiques précédentes.¹¹ Des systèmes relativement simples peuvent être non-intégrables, ce qui a pour effet caractéristique l'apparition du chaos pour un sous-ensemble de conditions initiales (*i.e.* non pas d'une manière dense). En d'autres termes, le comportement d'un système non-intégrable ne peut plus être analysé en fonction des seuls comportements des éléments qui le constituent. La non séparabilité d'un tel système en éléments ou parties indépendantes mutuellement isolées tient notamment dans l'existence d'interactions entre les parties et ruine à jamais l'idéal du déterminisme Laplacien.

Ainsi, il est suffisamment clair que même si l'on arrivait, par exemple, à une carte complète des cellules du cerveau ou des gènes de notre organisme, il serait impossible d'en tirer la moindre conclusion définitive sur leurs comportements et, à fortiori, sur *notre* comportement. Pour la même raison, il est illusoire de croire qu'une description détaillée de toutes les forces fondamentales de la nature permettra de comprendre *toute* la nature (*i.e.* avoir une « théorie du tout »). En réalité, dans de nombreux domaines scientifiques, en physique comme en biologie ou en psychophysiologie, on s'est de plus en plus aperçu que l'interaction des composants, à une échelle donnée, se traduit parfois, à l'échelle supérieure, par un comportement global complexe dont il est impossible de rendre compte à partir de la connaissance des éléments individuels.¹²

2.1. Sur le déterminisme et la prédictibilité

La non-prédictibilité déterministe issue du chaos dynamique n'est point arbitraire et ne doit pas être imputé au hasard ou à l'ignorance humaine. En conséquence, son importance doit être prise en compte si l'on veut approfondir nos connaissances du monde réel. Ce fait fut déjà mis en évidence par Poincaré dans un célèbre passage de son ouvrage *Science et méthode* (1903) :

Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'Univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même Univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois ; mais il n'en est pas

¹¹ Eu égard aux travaux d'Henri Poincaré (1892, 1893, 1899).

¹² Pour une analyse approfondie de cette question, se reporter à la contribution de l'un d'entre nous : Boi, L., « La science exige-t-elle une nouvelle Philosophie de la Nature ? Problèmes et perspectives. L'actualité de la pensée de H. Weyl et R. Thom », in *Science et Philosophie de la Nature : un nouveau dialogue*, L. Boi (éd.), Berne, Peter Lang, 2000, pp.1-59.

toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. (Nous soulignons).

Ainsi, le déterminisme n'implique pas nécessairement la prédictibilité et la rigueur des lois physiques n'est pas en contradiction avec la contingence des faits de la vie quotidienne. Il est donc devenu obsolète d'admettre un déterminisme strict des lois de la nature, c'est-à-dire porteur de prédictibilité absolue, tel que Pierre Simon de Laplace l'a formulé dans son *Essai philosophique sur les probabilités* de 1776. Citons un extrait bien connu de cet ouvrage célèbre :

L'état présent du système de la Nature est évidemment une suite de ce qu'il était au moment précédent, et si nous concevons une intelligence qui, pour un instant donné, embrasse tous les rapports des êtres de cet Univers, elle pourra déterminer pour un temps quelconque pris dans le passé ou dans l'avenir la position respective, les mouvements et, généralement, les affections de tous ces êtres. L'astronomie physique (...) nous offre une idée, quoique imparfaite, de ce que serait une semblable intelligence. La simplicité de la loi qui fait mouvoir les corps célestes, les rapports de leurs masses et de leurs distances permettant à l'Analyse de suivre, jusqu'à un certain point, leurs mouvements, et pour déterminer l'état du système, il suffit au géomètre que l'observation lui donne leurs positions et leurs vitesses pour un instant quelconque... » (Nous soulignons).

Si, d'un côté, l'on peut en effet admettre que l'histoire de la nature (et des hommes) suit des lois spatio-temporelles localement déterministes, de l'autre, le cours de l'histoire peut bifurquer vers des voies tout à fait inattendues et, de ce fait, être imprévisible.

3. Quelques réflexions sur les systèmes complexes

Le propos d'une théorie des systèmes complexes consiste à trouver ces lois qui régissent leur comportement global : ce sont des lois *phénoménologiques* qui ne sauraient être, dans la plupart des cas, facilement déductibles des lois qui contrôlent chacun des constituants de tel ou tel système. Par exemple, le comportement de beaucoup de neurones contenus dans notre cerveau est aujourd'hui, à certains égards, relativement bien compris, mais on est très loin d'avoir compris les raisons qui font que dix mille milliards de neurones, connectés entre eux par cent mille milliards de synapses, forment un cerveau qui pense. On peut supposer qu'il y a là émergence de certains comportements collectifs nouveaux. Le phénomène se rencontre en physique et notamment dans la théorie des transitions de phases (pensons à la transition – qui se produit en baissant la température – par laquelle un métal normal acquiert la propriété

de la supraconductivité), où la coopération d'un nombre très élevé d'atomes et de molécules semble en partie responsable des transitions de phases du type eau → glace ou eau → vapeur. Cependant, dans le cas de nombreux systèmes complexes que l'on rencontre en biologie ou en neurophysiologie, le comportement global du système n'est vraiment pas aussi simple qu'en physique.

Or la théorie des systèmes complexes repose sur l'idée que s'il est important de connaître la nature des interactions entre les constituants d'un système, il est en fait encore plus important de connaître les lois globales qui contribuent à l'émergence de comportements collectifs. En effet, il semble que le comportement collectif d'un système ne change pas si l'on modifie faiblement (c'est-à-dire sans altérer le système) les lois auxquelles obéissent ses constituants. En d'autres termes, on peut introduire une notion mathématique de classification en termes d'équivalence topologique (d'homéomorphisme) entre les types de comportements collectifs et essayer de montrer que lorsqu'on fait varier un des constituants ou même tous à la fois, le système ne cesse pas d'appartenir à l'une de ces classes d'équivalence.¹³ Ainsi caractérisés, les comportements collectifs des systèmes complexes peuvent être définis comme étant structurellement stables et donc susceptibles d'une classification selon le concept d'application homéomorphe. Il en résulte une classification beaucoup plus compliquée, eu égard aux propriétés mathématiques et dynamiques, de la classification donnée par René Thom dans l'ouvrage classique *Stabilité structurelle et morphogénèse* (1972). On peut dire alors qu'une des caractéristiques des systèmes complexes est d'admettre un nombre assez grand d'états d'équilibre différents, en ce sens que ce qui ne change pas et reste toujours identique à lui-même au cours du temps ne présente pas de complexité. Un système est *complexe* s'il peut prendre plusieurs formes différentes, tout en gardant une certaine stabilité fondamentale.

Un organisme biologique est un système complexe par excellence. Il passe en effet par plusieurs formes différentes au cours de son évolution et chacune de ses formes correspond à un stade précis de son développement. Toutefois ces différents stades semblent suivre un plan général d'organisation ou plutôt d'auto-organisation de l'organisme tout entier dont la principale fonction est d'assurer, à l'intérieur de certaines limites, son métabolisme et sa régénération. On remarquera à ce propos qu'il existe une différence énorme entre le fait de connaître les réactions biochimiques de base d'un être vivant et la compréhension de son comportement global ! Prenons par exemple le cas d'un organisme vivant apparemment parmi les plus simples comme l'*Escherichia Coli*, une minuscule bactérie qui contient environs trois milles types de protéines différentes qui interagissent de façon essentielle entre elles pour permettre le métabolisme et la

¹³ Pour une tentative dans cette direction, cf. L. Boi, *Transformations d'objets, morphologie de l'espace et pensée diagrammatique (topologie, physique, sémiotique)*, ouvrage en préparation, à paraître en 2009.

synthèse de la cellule. Or, même si l'on arrivait un jour à connaître les fonctions de chacune de ces protéines, cela ne permettrait pas pour autant une compréhension véritable des comportements globaux de l'organisme vivant. Le problème se pose donc d'arriver à déduire les caractéristiques globales du comportement des systèmes complexes doués d'auto-organisation par des méthodes beaucoup plus fines que de simples simulations numériques. Nous sommes confrontés à une situation en quelque sorte analogue en mécanique statistique ou dans la théorie des systèmes dynamiques, même si le cas d'un système vivant apparaît d'une complexité infiniment plus grande. C'est le cas en mécanique céleste où la seule connaissance des lois analytiques du mouvement de tel ou tel corps ne permet pas de déduire les caractéristiques du comportement global (ou, ce qui revient au même, la géométrie qualitative) du système, en l'occurrence du Système solaire. Ceci avait été très bien montré par Henri Poincaré et depuis ses résultats ne font que se confirmer.¹⁴

Résumons à présent trois propriétés fondamentales qui nous semblent caractériser intrinsèquement de nombreux systèmes complexes. Il est clair qu'il existe des liens importants entre ces trois propriétés mais ce qui n'est pas encore compris est la nature de ces relations et la signification de leurs dépendances mutuelles.

(i) *Un système complexe peut être défini sur un espace de configuration de dimension «infinie» ou, en tout cas, de dimension très élevée.* Chacune de ces configurations correspond à un stade précis du développement du système et la transition d'un stade à un autre, par exemple dans le cas d'un organisme vivant, du stade embryonnaire au stade successif de la croissance cellulaire des tissus et de l'organogenèse, nécessite la formation de nouvelles structures pour la construction de son espace anatomo-physiologique. Cet espace connaît ainsi une sorte de croissance qui est difficile à expliquer si l'on considère uniquement les très nombreuses réactions et rétroactions biochimiques qu'affectent chaque cellule ou les seuls constituants moléculaires que contient un organisme vivant. Il faut en fait prendre en compte le *caractère structural des interactions* entre les différents types de molécules et de cellules, ainsi que certains processus de nature plus biogéométrique et biotopologique responsables, du moins en partie, de la morphogenèse et du fonctionnement global des organismes vivants. Certains concepts topologiques semblent appropriés à rendre compte notamment de l'une des caractéristiques fondamentales du développement des organismes vivants, à savoir que des perturbations locales d'un certain type (dysfonctionnements moléculaires, excédents ou déficits cellulaires, mutations génétiques...) pouvant affecter l'embryon, n'en altèrent pas le cours normal de son

¹⁴ Cf. certains travaux récents d'A. Chenciner, R. Montgomery et C. Simó sur le problème des trois et n corps. Voir également R. Moeckel, "Some qualitative features of the three-body problem", *Contemporary Mathematics*, Vol. 81, American Mathematical Society, Providence, 1988, 1-21.

développement global. En d'autres termes, l'organisme cherche toujours la solution en quelque sorte optimale, et la plus stable, afin d'assurer la reproduction et la conservation de ses structures au cours de la croissance et de la morphogenèse. Il faut ainsi admettre qu'un certain type de discontinuités locales, pour lesquelles la géométrie peut avoir une allure discrète et aléatoire (polarisations, brisures de symétries, bifurcations, attracteurs étranges...), interviennent à différentes phases du développement, à des niveaux aussi bien microscopiques des structures supramoléculaires que macroscopiques des tissus cellulaires. D'autre part, ces discontinuités semblent néanmoins évoluer en accord avec un plan d'organisation (ou d'auto-organisation, c'est-à-dire intrinsèquement) global qui, lui, est essentiellement continuiste et déterministe, mais en un sens dynamique et émergentiste, et non pas statique et préformiste.

(ii) *Un certain type de complexité peut émerger du caractère désordonné de tel ou tel phénomène ; par ailleurs, un système régi par des lois simples peut donner lieu à des dynamiques très complexes.*¹⁵ Il y a ici deux considérations importantes à faire. La première est relative au fait que dans la nature, on trouve des systèmes dont le comportement global est extrêmement complexe bien que leurs constituants fondamentaux soient en revanche tout à fait simples.¹⁶ Ce fait a été très bien mis en évidence, entre autres, dans les études sur les automates cellulaires et la complexité depuis une vingtaine d'années. Mais c'est d'abord et surtout, au début du siècle dernier, dans le cadre de la théorie qualitative des systèmes dynamiques en mécanique céleste d'une part, et dans celui de la théorie gestaltiste de la perception en psychophysiologie d'autre part, qu'on a commencé à comprendre la différence fondamentale entre les propriétés singulières, locales et analytiques des éléments constituant un système et ses propriétés globales. Par exemple un système dynamique à n corps comme le Système solaire, outre des propriétés analytiques et locales, présente également des propriétés qualitatives et globales, c'est-à-dire non analytiques et non locales.

Ce qu'il y a de nouveau en définitive dans les théories de la complexité est le fait suivant. On a observé qu'il existe un très grand nombre de systèmes naturels composés de plusieurs éléments semblables où chacun pris isolément les uns des autres présente une structure et un comportement simples, alors qu'ensemble, ils se mettent à interagir et à coopérer de telle sorte à acquérir des structures et des comportements complexes.

¹⁵ Il a pu être montré dans plusieurs domaines scientifiques qu'il s'agit là d'une propriété fondamentale qui caractérise de nombreux phénomènes naturels. Pour une étude approfondie de ces phénomènes en biologie théorique et en particulier dans la théorie écologique des populations, voir l'ouvrage de R. M. May, *Stability and complexity in model ecosystems*, Princeton University Press, Princeton, 1974. L'étude de cette classe de phénomènes a acquis ces dernières années une importance fondamentale en mécanique statistique ; le lecteur intéressé pourra se référer à l'ouvrage de G. Parisi, *Field theory, disorder and simulations*, World Scientific, 1993.

¹⁶ Cf. S. Wolfram, « Cellular automata as models of complexity », *Nature*, vol. 311, octobre 1984, pp. 419-424.

Ce qui signifie que les propriétés de type interactif et coopératif constituent un niveau d'organisation structurelle spécifique du système mais absente au niveau des éléments individuels. Comme S. Wolfram l'a écrit dans l'article cité :

It is common in nature to find systems whose overall behavior is extremely complex, yet whose fundamental component parts are each very simple. The complexity is generated by the cooperative effect of many simple identical components. Much has been discovered about the nature of the components in physical and biological systems; little is known about the mechanisms by which these components act together to give the overall complexity observed.

Ce type de situations et de propriétés, qui concerne plusieurs types d'objets du monde réel et divers domaines scientifiques, de la physique et la biologie à la psychologie et l'éthologie, a reçu le nom de *phénomènes coopératifs*. Comme H. Haken l'a souligné :

Most objects of scientific study in physics, chemistry, biology, and many other fields, are composed of many individual parts that interact with each other. By their interaction, the individual parts may produce cooperative phenomena that are connected with the emergence of new qualities that are not present at the level of individual subsystems. For instance, the human brain consists of a network of some 100 billions of neurons that, through their cooperation, bring about pattern recognition, associative memory, steering of locomotion, speech, etc.¹⁷

Il peut donc être dit que la complexité, dans beaucoup de systèmes physiques, biologiques ou encore écologiques, émerge d'un certain effet de coopération d'un très grand nombre de constituants. En d'autres termes, le fait que tous ces éléments se mettent à interagir selon certaines règles et à s'échanger de l'énergie (comme dans le cas des atomes) ou des signaux fonctionnels (comme dans le cas des macromolécules), permet l'engendrement de nouvelles configurations et d'effets contextuels ou globaux qui induisent chez le système un comportement qualitatif caractéristique. De plus, celui-ci subsistera dans le temps même si les constituants ou les éléments individuels du système subissent de légères perturbations ou modifications.¹⁸ Ce changement qualitatif

¹⁷ Cf. H. Haken, *Synergetic: An Introduction*, 3e édition, Springer, Berlin, 1983.

¹⁸ Comme le souligne G. Parisi dans *Field Theory, Disorder and Simulations* (World Scientific, 1992) : « Theoretical physicists in recent years have discovered that the collective behavior of a macro-system, i.e. a system composed of many objects, does not change qualitatively when the behavior of single components are modified slightly. There are many universal classes which describe the collective behavior of the system, and each class has its own characteristics; the universal classes do not change when we perturb the system. The most interesting and rewarding work consists in finding these universal classes and in spelling out their properties. (...) This conception has always been implicit in most investigations and it has become quite explicit during studies done in the last twenty years on second order phase transitions. The objective, which has been lastly achieved, was to classify all possible types of phase transitions in different universality classes and to compute the parameters that control the behavior of the system near the transition point as a function of the universality class. (...) One of the most

correspond à ce qu'on appelle une transition de phase en physique de la matière condensée ou en physique statistique ; cela n'est pas autre chose qu'un changement de régime d'un système ou d'un organisme (autrement dit un changement de certaines propriétés caractéristiques d'un objet, de son identité pour ainsi dire).

La seconde considération concerne le fait que beaucoup de systèmes complexes présentent ce qu'on appelle la *propriété d'universalité*. Elle dit qu'une transition de phase affectant ces mêmes systèmes montre que les propriétés d'un comportement macroscopique global ne peuvent pas être comprises et prédites par le modèle particulier que l'on utilise pour le décrire et le représenter, mais plutôt par la caractérisation de certaines caractéristiques générales comme la dimension de l'espace et la symétrie du système étudié. Cependant, cela n'exclut en principe la possibilité de pouvoir décrire par le modèle en question quelques paramètres locaux comme la température à laquelle se produit la transition de phase. En d'autres termes, la propriété d'universalité explique pourquoi des modèles mathématiques relativement simples peuvent nous apprendre des choses très précises sur les transitions de phases pour une très grande classe de systèmes physiques et mathématiques.¹⁹

(iii) *Les systèmes complexes doivent leur robustesse et leur possibilité de se régénérer à certains mécanismes d'auto-organisation spontanée.*²⁰ Il y a des structures qui résultent d'un processus d'auto-organisation. Par exemple, la biologie nous apprend que certaines formes "primitives" (moléculaires) de vie organique peuvent se former à partir de la matière inanimée à travers une série de processus spontanés. Ces processus peuvent donner lieu d'abord à des bactéries, puis, à partir de celles-ci auraient pu se former au cours de l'évolution les organismes pluricellulaires, ensuite, à partir de ces derniers, se seraient formés les poissons, les amphibiens et enfin les mammifères. Toutefois, il est fort raisonnable de douter quant à la possibilité réelle de créer toute la chaîne qui conduit à la vie à partir de quelques malheureux maillons de modèles uniquement virtuels. À ce propos, nous pensons qu'il faut d'abord parler de matière *animée* (ou *organique*) comme intermédiaire entre la matière *inanimée* et la *vie* dont les

interesting and surprising results obtained by studying complex systems is the possibility of classifying the configurations of the system taxonomically. It is well known that a well founded taxonomy is possible only if the objects we want to classify have some unique properties, *i.e.* species may be introduced in an objective way only if it is impossible to go continuously from one species to another; in a more mathematical language we say that the objects must have the property of ultrametricity » (pp. 78-79).

¹⁹ Cf. Th. Spencer, « Universality, Phase Transitions and Statistical Mechanics », in *Visions in Mathematics, Towards 2000*, GAFA Special Volume, Part II, Birkhäuser, 2000, pp. 839-858.

²⁰ Sur cette question fondamentale concernant aussi bien l'origine, les principes d'organisation que les processus d'évolution des organismes biologique et plus généralement de la vie, cf. les travaux importants de M. Eigen, « Self-Organization of Matter and Evolution of Biological Macromolecules », *Naturwissenschaften*, 58 (1971), 465-513 ; S. A. Kauffman, *The Origins of Order*, Oxford University Press, Oxford, 1993 ; P. L. Luisi, « Defining the Transition to Life: Self-Replication Bounded Structures and Chemical Autopoiesis », in *Thinking About Biology*, W. D. Stein and F. J. Varela (eds.), Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity, Lecture Note Vol. III, Addison-Wesley, 1993, pp. 17-39.

niveaux d'organisation ne se réduisent pas à ceux qui suffisent pour faire apparaître des formes (au moins rudimentaires) de vie organique. Ensuite, il est important de tirer toutes les conséquences d'une vision non-réductionniste de la vie, en particulier de ce qu'à mesure que la structure de la matière physico-chimique *s'organise* nécessairement émergeront de nouvelles propriétés résultantes des dynamiques inhérentes au nouveau niveau d'organisation. C'est dans ce sens que l'on peut dire que la matière organique (animée) présente des propriétés impossibles à obtenir seulement à partir des propriétés de la matière inorganique (inerte), ni elles peuvent y être réduites. On peut également parler de matière *pensante*, dont les propriétés, qui sont spécifiques aux êtres humains et en définissent en quelque sorte leur singularité ontologique, ne peuvent pas être caractérisées simplement en termes des propriétés de la matière biologique. Autrement dit, il apparaît difficile d'expliquer les processus historiques (qui ne se résument pas en l'histoire évolutive de notre espèce) et psychiques (dont les dimensions ne se réduisent pas aux caractéristiques neurologiques du cerveau de chaque individu) par des simples lois mécaniques ou physico-chimiques. Sans doute qu'il faut également et peut-être surtout prendre en compte les innombrables réseaux et états dynamiques et complexes qui sous-tendent les relations intersubjectives entre les sujets et des sujets avec l'environnement naturel, cognitif et culturel.

La question bien évidemment demeure ouverte de savoir comment est-il possible d'obtenir un système complexe de molécules organiques qui peut s'auto-reproduire, et qui est aussi capable d'un métabolisme qui coordonne le flot (dynamique) biochimique des micromolécules et l'énergie nécessaire à la reproduction, et qui en même temps est susceptible d'évoluer dans un espace et un temps appropriés ? Une des réponses possibles consisterait à faire l'hypothèse selon laquelle la vie biologique aurait pu naître d'une propriété collective émergeant d'un mélange plus ou moins complexe de polymères catalytiques, tels que les protéines ou les RNA catalytiques, qui auraient catalysé la formation d'organismes vivants à partir d'autres organismes moins développés. On pourrait ainsi admettre en quelque sorte que la naissance de la vie a pu se produire comme un événement *à la fois nécessaire et contingent* (inéluçtable et aléatoire), mais moins au sens du principe anthropique qu'au sens qu'il aurait dès le début obéi à un certain type de lois hautement non linéaires et non déterministes, c'est-à-dire qu'il aurait été gouverné par des principes d'auto-organisation spontanée agissant dans des systèmes complexes de catalyseurs.²¹

L'idéal micro-réductionniste en science a toujours consisté à croire que si l'on connaît exactement l'état d'un système à un instant donné, on peut déterminer l'état de ce système à tout instant ultérieur. Or l'existence du chaos remet en cause une telle

²¹ Cette hypothèse a été développée, entre autres, par S. A. Kauffman dans l'ouvrage cité *The Origins of Order*.

conception scientifique en montrant que l'évolution d'un système est imprédictible au-delà d'une certaine limite de stabilité et sous certains régimes résolument imprévisible. Dès lors, la conception d'une théorie scientifique repose plus sur l'étude et la modélisation des propriétés géométriques et topologiques (qualitatives et globales) des phénomènes vus comme des systèmes dynamiques que sur son pouvoir uniquement descriptif et prédictif. Précisons, à ce propos, deux points importants. Premièrement, on peut associer à des systèmes dynamiques, déterministes par définition, des éléments aléatoires constituant ainsi des systèmes stochastiques. Deuxièmement, il importe de rappeler que le chaos dynamique est clairement déterministe car il est régi par un ensemble fini de lois rigoureuses qui ne font, elles-mêmes, intervenir aucun élément aléatoire. Troisièmement, soulignons qu'il existe de l'ordre dans le chaos, car les comportements chaotiques sont régis par des structures géométriques profondes qui engendrent de l'imprédictibilité aux allures d'imprévisibilité. De ce point de vue, on comprend que, grâce au chaos qui amplifie drastiquement des fluctuations d'importance minime, les systèmes naturels puissent se renouveler et favoriser la génération de nouvelles structures.

4. Désordre, brisure de symétrie et ordre dans les systèmes biologiques

Ajoutons que ces théories permettent d'unifier à un niveau mathématique et physique profond les notions d'ordre et de désordre. Elles contribuent à mettre en évidence que le régime désordonné de nombreux systèmes dynamiques n'est souvent qu'apparent, confiné à une certaine échelle ou amplifié par des paramètres locaux. Il cache en réalité un ordre plus fin et complexe que celui que l'on observe dans les systèmes physiques, chimiques et biologiques stationnaires et monotones. Ainsi, l'apparition d'une rupture de symétrie s'accompagne souvent de l'émergence de nouvelles structures spatiales dans des systèmes dépourvus au départ d'une structure spatiale significative. On observe, par exemple, ce phénomène de brisure de symétrie dans le problème de Bénard²² : pour l'essentiel le système perd son invariance par translation dans une direction de l'espace. Dans un sens, ce genre de rupture de symétrie (ou l'apparition d'autres singularités spatiales comme points critiques, bifurcations, attracteurs, catastrophes, etc.) coïncide avec le passage d'un espace géométrique statique (c'est-à-dire un espace dont la dynamique n'est pas assez significative ou riche) à un espace très dynamique dont les transformations et l'évolution sont en quelque sorte modelées par les fonctions qui prennent naissance dans le système.

Un point tout à fait remarquable est que la transition qui conduit dans beaucoup de systèmes du simple au complexe réside dans l'apparition de l'ordre et de la cohésion

²² Pour un exposé détaillé et très clair de ce phénomène et d'autres phénomènes complexes, cf. G. Nicolis et I. Prigogine, *À la rencontre du complexe*, PUF, Paris, 1992.

au sein des systèmes. Jusqu'à ce que l'état d'un système, par exemple les mouvements d'un fluide (liquide ou gaz), présente une homogénéité dans la direction horizontale, ses différentes parties demeurent indépendantes les unes des autres et aucune modification des propriétés observables dans le volume V_C (compris entre V_A et V_B) ne peut être détectée du fait que le volume V_A ou le volume V_B est à sa droite ou à sa gauche. Autrement dit, un minuscule observateur se trouve dans l'incapacité de distinguer les éléments de volume et conclut que le fluide représente une invariance par translation le long de la direction horizontale. En revanche, au-delà du seuil ΔT_c , T_c étant la valeur critique de la température T , tout se passe comme si chaque élément de volume était à l'affût du comportement de ses voisins afin d'en tenir compte et de participer au mouvement d'ensemble. D'une manière générale, le fait que de nombreuses particules ou molécules puissent adopter un déplacement cohérent en dépit du mouvement thermique aléatoire de chacune d'elles est la manifestation d'une des propriétés essentielles qui caractérise l'émergence du comportement complexe. Dans de nombreuses situations, cette complexité émerge par le jeu réciproque du mouvement thermique désordonné des molécules individuelles et de l'action des contraintes de non-équilibre.

Pour bien faire comprendre ce phénomène important, qui est en quelque sorte commun (à l'échelle moléculaire) au comportement de certains systèmes biologiques et à celui de certains systèmes physiques macroscopiques, considérons encore quelques propriétés étonnantes émanant des cellules de convection ou « cellules de Bénard ». On constate, d'un côté, que l'expérience est parfaitement reproductible puisqu'à partir des mêmes conditions expérimentales, on verra toujours apparaître la même structure de convection pour la même valeur du seuil ΔT_c . Cependant, d'un autre côté, la matière est structurée en cellules qui tournent alternativement à droite ou à gauche. Une fois le sens de rotation établi, celui-ci demeure constamment le même par la suite. Ainsi dès que le seuil ΔT_c se trouve franchi, deux situations expérimentales qualitativement différentes peuvent apparaître, en sorte qu'une cellule (disons C_1) tourne à droite (donc la cellule C_2 tourne à gauche, la C_3 à droite, et ainsi de suite), mais il se pourrait tout aussi bien que la cellule C_2 tournât à droite, entraînant ainsi les autres cellules dans un mouvement inverse. Aussitôt que ΔT excède tant soit peu ΔT_c , nous savons parfaitement bien que les cellules vont apparaître : ce phénomène revêt ainsi un aspect déterministe strict. En revanche, le sens de rotation des cellules ne peut être ni prédit ni contrôlé car une perturbation par rapport aux conditions initiales, qui peut avoir prévalu au moment de l'expérience, finira par déterminer si une cellule donnée devra tourner à droite ou à gauche. Il y a donc dans ce cas, comme dans beaucoup d'autres cas, une *remarquable coopération* entre l'aléatoire et le déterminisme.

Cette coopération, jusque-là limitée en sciences physiques à la seule description quantitative des phénomènes se déroulant à l'échelle microscopique, possède en réalité une signification profondément qualitative qui se manifeste aussi bien à l'échelle mésoscopique que macroscopique. Loin de l'équilibre, c'est-à-dire lorsque la contrainte est suffisamment forte, on voit par cet exemple que le système peut s'adapter à son environnement de plusieurs façons ou, en d'autres termes, que plusieurs solutions sont possibles pour le même ensemble de valeurs des paramètres.²³ Le fait que parmi tous les choix possibles un seul soit retenu, confère au système une dimension historique, une espèce de « mémoire » d'un événement passé qui s'est produit à un moment critique et qui affectera l'évolution ultérieure.

5. La question du rapport matière-forme en physique relativiste et quantique

5.1. Introduction

Les remarques qui suivent sont consacrées à expliquer ce que l'on pourrait appeler « l'ontologie du mouvement d'un univers sans repos », ²⁴ ce qui conduit nécessairement à s'interroger sur le statut de l'espace et du temps dans les théories physiques relativistes et non relativistes. À ce propos, observons d'abord que la relativité générale a changé profondément la conception que l'on s'était fait de l'espace et du temps. Elle a eu un impact important en philosophie de la nature grâce au fait d'avoir conçu l'espace comme réciprocity de la matière, même si sa portée et sa signification sont loin d'être encore épuisées et bien comprises. Notons ensuite que le programme géométrodynamique de J. A. Wheeler, esquissé dans les années soixante-dix, a consisté précisément à développer l'idée selon laquelle tous les *phénomènes* de la physique connus, qu'ils soient relativistes ou quantiques, sont à voir comme autant d'effets de la structure topologique de l'espace-temps. Ajoutons que, d'après la théorie récente des supercordes, les phénomènes physiques subatomiques (à l'échelle de Planck) émergeraient de la structure géométrique et topologique de l'espace-temps, dans le sens précis que les symétries internes de la dynamique de la physique fondamentale seraient intimement reliées aux phénomènes des changements topologiques d'une certaine classe de variétés non-différentiables. Dès lors, la structure de l'espace-temps à l'échelle quantique pourrait être de nature non locale et non linéaire.²⁵

²³ Sur ce point important, nous renvoyons à l'excellent article de G. Nicolis, "Physique des systèmes éloignés de l'équilibre et auto-organisation", in *La Nouvelle Physique*, sous la direction de P. Davis, Flammarion, Paris, 1993, pp. 316-347.

²⁴ Selon le titre d'un chapitre de notre ouvrage : Bois, E., *L'Univers sans repos ou l'essence première du mouvement*, Peter Lang, Berne, 2002.

²⁵ Pour les développements mathématiques et physiques de cette question, nous renvoyons à notre étude, Boi, L., « Geometrical and topological foundations of theoretical physics: from gauge theories to string program », *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 34 (2004), pp. 1777-1836.

À propos de la propriété de non localité du monde quantique, remarquons que le théorème de J. Bell affirmant l'impossibilité d'admettre des variables « cachées » locales dans l'interprétation de la mécanique quantique est à considérer comme l'une des découvertes fondamentales dans la philosophie naturelle au siècle dernier (voir plus loin pour d'autres considérations). Sa signification est moins de nature formelle (de l'ordre de la description mathématique), que de nature philosophique.²⁶ Ce théorème constitue en effet une démonstration du fait que la « non-localité » peut être une propriété objective des phénomènes, et en même temps, une confirmation du rôle important que jouent certains principes « métaphysiques » dans la compréhension des propriétés mathématiques et physiques du monde réel. Il s'agit en l'occurrence du principe selon lequel il est difficile, sinon impossible, du moins à l'échelle quantique, de définir d'une manière satisfaisante le comportement d'un système physique en considérant uniquement ses paramètres locaux (dans l'espace et le temps), c'est-à-dire sans tenir compte d'un certain type de propriétés qui pourraient agir globalement sur le système.

5.2. Non-localité et causalité en mécanique quantique

Précisons un peu le problème. Historiquement, dans les premières formulations de la mécanique classique, la description de l'état physique d'un corps matériel contient sa position dans l'espace, sa vitesse, sa vitesse de rotation, etc., grandeurs qui nous semblent très concrètes. En mécanique quantique, on procède autrement. On introduit un être mathématique complexe, le « vecteur d'état », ou la fonction d'onde, traditionnellement noté(e) Ψ . Les relations mathématiques entre Ψ et ce que l'on peut mesurer sur le système sont compliquées. Un sujet de discussion classique en physique est de savoir quel statut conceptuel donner à Ψ . Initialement Schrödinger pensait que Ψ

²⁶ Sur ce sujet, voir d'abord l'ouvrage de John Bell lui-même (qui contient l'ensemble de ses articles sur la mécanique quantique), *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press, 1987. Puis l'ouvrage détaillé de R. Omnès, *The Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1994. Sur la question de la nature éminemment non-locale de la mécanique quantique, voir les considérations stimulantes de R. Penrose dans "Afterword", *The Geometric Universe. Science, Geometry, and the Work of Roger Penrose*, S.A. Huggett et al., (eds.), Oxford University Press, 1998, pp. 423-431. Penrose écrit : « Not only does quantum mechanics have some striking geometrical manifestations, but its descriptions of the world also reveal a wealth of deep underlying mysteries – even bordering the paradox. I have long held the view that not all the seeming paradoxes of quantum theory can simply be argued away in accordance with a belief that they arise merely from an inadequate human understanding of the implications of the theory's mathematical formalism. Instead, at some level, there must be a deviation from purely unitary evolution, so that state-vector reduction can become a *real* phenomenon. Accordingly, I believe that a major revolution in our physical theory must be waiting in the wings. Moreover, because of the (mysterious) non-local nature of quantum entanglement (EPR effects), whatever the nature of this revolution might be, the final theory that emerges must have a fundamentally *non-local* character. The desire of such a non-local scheme was one of the important motivations behind the original formulation of twistor theory. » (pp. 423-24).

donnait une description directe de la réalité objective. Par exemple, pour une particule unique (sans spin), Ψ est une « fonction d'onde », onde à laquelle l'on est tenté d'identifier la particule. Si l'onde est localisée dans une infime région de l'espace, nous pourrions à notre échelle la prendre pour une particule ponctuelle. C'est un point de vue purement ondulatoire où la fonction d'onde est aussi réelle qu'une vibration acoustique par exemple. À l'autre extrême, l'on pourrait considérer Ψ comme une description non du système lui-même, mais seulement des informations que nous avons sur lui : ce serait alors l'analogie d'une distribution de probabilité en mécanique statistique classique. Pour des raisons qu'il serait trop long de discuter ici, aucune de ces deux interprétations, purement objective ou subjective, n'a paru totalement satisfaisante. Dans le point de vue dit « de Copenhague » de la mécanique quantique (N. Bohr, W. Heisenberg...), considéré actuellement comme « orthodoxe », le statut de Ψ est en quelque sorte intermédiaire entre les deux extrêmes précédentes. Mais ce n'est pas tout : l'évolution de Ψ est donnée non par un postulat unique mais par deux types de postulats complètement différents, l'un déterministe et causal (équation de Schrödinger, continue, réversible et valide pour l'évolution libre du système), l'autre apparemment indéterministe mais disons indiscernable²⁷ (lors d'une mesure, Ψ évolue en général d'une façon radicalement imprévisible). Ainsi, le vecteur d'état est vraiment un objet mathématique dont l'interprétation est sans aucun équivalent, même approché, dans tout le reste de la physique.

Un moment important du débat sur la nature de la mécanique quantique fut lié à l'article célèbre publié en 1935 par A. Einstein, B. Podolsky et N. Rosen, article dans lequel est exposé le fameux argument dit EPR. Essayons, sans rentrer dans les détails, de résumer les hypothèses du raisonnement EPR ainsi que ses conclusions. Il s'agit essentiellement de montrer que la mécanique quantique est non pas fausse ou auto-contradictoire, mais « incomplète » : elle ne donne pas une description ultime des phénomènes physiques élémentaires dont certains « éléments de réalité » lui échappent (ceux-ci ne sont pas inclus dans Ψ). Les hypothèses EPR sont les suivantes : 1. Les prédictions de la mécanique quantique sont justes. 2. Les principes de la relativité sont exacts (aucun signal, aucune interaction ne peut se propager plus vite que la lumière). 3. Lorsque deux objets (deux électrons par exemple) sont très éloignés l'un de l'autre, l'on peut parler séparément des propriétés physiques de l'un et de l'autre, même si dans le passé, ils ont interagi. C'est une hypothèse réaliste, puisque l'on parle de propriétés physiques des objets « dans l'absolu » (*i.e.* sans référer à des conditions de mesure). L'on peut qualifier cette hypothèse de « réaliste séparable ». À partir de là, EPR démontrent que la mécanique quantique est incomplète. En d'autres termes, ceux qui

²⁷ Sur cet aspect, voir Cohen-Tannoudji, G., et Spiro, M., 1990, *La matière-espace-temps*, Folio-Essais, Gallimard ou Cohen-Tannoudji, G., 1995, *Les constantes universelles*, Hachette.

pensent que la description donnée par Ψ des événements individuels ne pourra jamais être améliorée se trompent : il doit exister un niveau de description plus fine de la réalité. Un peu comme la thermodynamique l'a été pour la mécanique statistique (théorie cinétique des gaz...), la mécanique quantique devrait donc être complétée par une théorie microscopique plus puissante, encore à découvrir. Pour résumer, le « théorème EPR » peut s'énoncer de façon formelle sous la forme :

Théorème : Si les prédictions de la mécanique quantique concernant les résultats de mesures sont correctes et si la réalité physique peut être décrite de façon locale (ou séparable), alors la mécanique quantique n'est pas complète ; il existe des « éléments de réalité » dont elle ne rend pas compte.

La conclusion du raisonnement EPR est un net encouragement pour les tenants du déterminisme.²⁸ Une étape fondamentale dans les discussions autour de la signification du raisonnement EPR est la contribution faite par John Bell en 1964.²⁹ Ce dernier montre, par un raisonnement simple et génial, que si l'on accepte une propriété très naturelle de « localité » dans la physique, les hypothèses 2 et 3 peuvent conduire à un conflit avec la mécanique quantique. Le principe de localité exprime simplement que l'évolution des grandeurs physiques attachées en un point d'espace-temps ne dépend que de ces grandeurs en ce même point (pas d'action à distance : par exemple, l'accélération d'une particule dépend de la valeur du champ électrique au point où elle se trouve). C'est un principe très général en physique et l'on tend souvent à l'admettre de façon implicite, par exemple lorsque l'on expose la relativité ; il peut donc être vu comme une conséquence de 2. Bell présente ainsi son raisonnement comme un prolongement du raisonnement EPR, ce qui implique qu'il en admet les hypothèses de départ. Comme eux, il considère l'évolution d'un système de deux particules corrélées ; il montre qu'il existe des situations particulières – qu'on peut appeler « critiques » – où une prise en compte détaillée des conséquences de localité dans le raisonnement peut conduire à une contradiction claire avec les prédictions de la mécanique quantique. Ce résultat important constitue le théorème de Bell. Une façon différente, mais équivalente, de présenter les choses est la suivante : si l'on accepte les hypothèses sur lesquelles EPR fondent leur raisonnement, on est conduit à accepter l'existence d'éléments de réalité supplémentaires (non inclus dans Ψ). Bell montre alors que, dans les situations critiques, un conflit avec les prévisions de la mécanique quantique est inévitable, sauf si ces éléments de réalité évoluent de façon non locale : les variations dans le temps de ceux qui sont attachés à l'un des sous-systèmes doivent dépendre des actions extérieures

²⁸ Ce qui ne veut pas dire qu'Einstein (et ses collaborateurs) défendaient a priori le déterminisme strict (comme par exemple M. Born le pensait). En réalité, le principal but des objections présentées par Einstein, Podolsky et Rosen était de montrer la validité, à partir de certaines hypothèses assumant la relativité et le réalisme, de la nature locale de l'espace-temps et du principe de causalité.

²⁹ J. Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox", *Physics*, 1 (1964), 195-200.

subies par l'autre ! Vu de cette façon, l'ensemble des hypothèses 1+2+3 semble se retourner contre la localité, voire même contre 2 (relativité) puisque la localité de toutes les interactions est le point de départ de bien des raisonnements relativistes (notion d'événement d'espace-temps, synchronisation des horloges, etc.). Mais, en fait, la seule conclusion logique qui découle du théorème de Bell est que l'ensemble d'hypothèses 1+2+3 est auto-contradictoire. Selon la logique du raisonnement EPR, il n'a aucun sens de parler de « non-séparabilité » ou de « non-divisibilité » pour décrire la situation décrite dans l'hypothèse 3 : deux objets ayant interagi et développé des corrélations dans le passé doivent être vus comme un tout indissociable. Deux conceptions s'opposent face à cette situation : selon Einstein et ses collaborateurs, il doit être toujours possible de définir distinctement les propriétés physiques de l'un et de l'autre, même si dans le passé, ils ont interagi ; alors que selon les physiciens de la mécanique quantique, il est dénué de sens de parler des propriétés physiques de l'un et de l'autre de façon séparée. Il est en effet difficile d'exclure *a priori* que le système global des deux objets puisse réagir comme un tout et instantanément dans tout l'espace lorsqu'il subit une mesure à l'une de ses extrémités. En ce sens, il paraît raisonnable d'admettre l'idée d'une certaine « non-localité » et ce serait alors le *réalisme séparable, ou local*, qu'il conviendrait de rejeter. Une autre façon de présenter les choses est de dire que le phénomène contingent qui se produit lors de la mesure n'est pas localisable dans une petite région de l'espace : il se produit à la fois dans des régions éloignées. Finalement, contrairement à une hypothèse implicite pourtant constamment utilisée depuis les débuts de la méthode scientifique, il ne serait pas toujours possible de rendre négligeables les influences mutuelles de deux dispositifs en les éloignant.

6. Du concept de substance à la notion d'interaction

Abordons maintenant une question quelque peu différente et d'une portée encore plus générale : il s'agit du rapport de la forme à la matière. La première chose à souligner est que la nature, au sens de la réalité physique, se présente mathématiquement intelligible puisque les propriétés mathématiques traduisent les principes constitutifs qui structurent le monde physique dans l'ordre de la causalité formelle. Ce qui revient à dire que notre physique la plus fondamentale n'est plus simplement descriptive mais *constitutive*. C'est là un point à la fois scientifique et épistémologique très important. Pour essayer d'en cerner clairement sa signification, il convient de se demander au préalable qu'est-ce qu'il faut entendre par « le sens constitutif » de la physique ? Puis, pourquoi matière et forme n'épuisent-elles pas le sens de la réalité physique en général ?

Considérons brièvement l'exemple suivant. On sait que toute la physique théorique actuelle fait intervenir le concept fondamental d'*interaction*. Or, est-ce que celui-ci est de l'ordre de la matière ou bien de la forme ?

Il semble bien que la notion de *matière* (au sens de matière substantielle) qui, dans le cadre des développements de la physique fondamentale du XX^e siècle est devenue de moins en moins tangible, ait cédé la place au concept d'*interaction* (au sens d'interaction dynamique) qui joue désormais un rôle central dans toutes les branches de la physique. Ce n'est pas pour autant, bien entendu, que la notion de matière ait disparu de la physique mais c'est plutôt qu'elle s'est multipliée en une myriade de propriétés et de qualités nouvelles du fait que les interactions fondamentales entre les particules et les champs de matière sont apparues de plus en plus comme étant complémentaires les uns des autres et unis par des liens essentiels. On peut donner les raisons suivantes à cette situation :

(i) Au premier chef, parce que le concept d'interaction permet d'unifier des domaines entiers du monde physique, jusqu'à récemment considérés comme séparés, sur la base du concept mathématique de groupe de symétries (notamment de groupe de jauge quantique).

(ii) Ensuite, parce que le concept d'interaction a permis d'éclaircir certains liens qui existent, en dépit de différences significatives, entre les divers niveaux du monde physique et tout particulièrement entre les phénomènes cosmologiques, quantiques et macroscopiques. Il semble en effet que les interactions fondamentales qui agissent de façon prépondérante dans chaque grande catégorie de phénomènes se soient différenciées d'une unité primordiale pour donner lieu à ce qui est notre Univers actuel. En outre, ces interactions seraient également à l'origine de certaines propriétés physico-chimiques caractéristiques du monde vivant, comme celles relatives surtout aux structures chirales et achirales des formes macromoléculaires qui influent de manière significative sur leurs fonctions.

(iii) Le concept d'interaction s'est avéré d'importance pour mettre en évidence que c'est moins la matière (pondérable ou non pondérable) en tant que telle qui agit et produit une variété d'effets (visibles et invisibles) sur la nature que les différentes interactions physiques reliant les champs physiques. Celles-ci seraient la principale source du comportement et des propriétés que l'on attribue aux phénomènes naturels. Autrement dit, les interactions intelligibles au travers d'objets géométriques munis d'une certaine structure (pouvant être définie par quelques invariants topologiques et algébriques caractéristiques) et les différentes formes d'énergie qui leur correspondent seraient responsables du comportement dynamique des champs physiques.

(iv) D'un point de vue plus conceptuel, on peut dire que dans la physique actuelle, et tout particulièrement dans les théories quantiques des champs, il n'est plus possible de penser à la matière sans forme, autrement dit, il n'y a plus de pures substances mais des principes de conservation. En d'autres termes, il n'y a plus de simples qualités substantielles mais des propriétés physiques qui se conservent par rapport à un certain groupe de symétries spatio-temporelles ou « internes » dont l'action contrôle la dynamique évolutive de la phénoménologie sous certaines conditions topologiques. Bref, les champs et les interactions ont remplacé les corps discrets et les milieux étherés de la physique classique. A tout champ et à toute interaction se trouve associé un certain groupe de symétries spatio-temporelles ou physiques, ou alors une symétrie plus générale qui sous certaines restrictions unifie les deux, c'est-à-dire une « forme » structurelle (intelligible mathématiquement) en vertu et sous l'action de laquelle la matière peut acquérir quelques états dynamiques essentiels.

Conclusion

La plupart de nos réflexions visaient à mettre en évidence une notion dont la portée et la signification sont grandes : la structure dépend pour une large part des phénomènes dynamiques qu'elle organise et qui en deviennent une part intégrante. Nous avons également observé que les processus d'organisation et d'auto-organisation dynamiques, notamment pour ce qui est des systèmes dynamiques chaotiques, s'inscrivent dans une dimension historique essentielle. Ceci a lieu selon des trajectoires temporelles qui évoluent dans un espace caractérisé par certains paramètres d'état (variables internes) et des paramètres de commande (variables externes). Il s'agit de l'espace des phases et de l'espace plus vaste des configurations possibles que peut prendre un système. Nous avons vu que cette action du temps sur les phénomènes crée une situation dynamique et elle en oriente leurs évolutions futures. Cette histoire, bien qu'en s'inscrivant dans des cas singuliers et locaux, n'en révélera pas moins une portée et une validité universelles (propriétés de *généricité* et d'*universalité*). L'une des conséquences les plus remarquables de cette évolution est une conception de la Nature qui ne sépare plus à la hache (et *a priori*) les objets vivants des milieux naturels ; cela grâce à la prise en compte à la fois des transformations spatiales, de la dimension temporelle et des non-linéarités, source d'une infinie diversité de formes et de comportements. Cette conception reconnaît en même temps que la spécificité et la singularité des principes d'organisation complexes de la matière vivante sont irréductibles aux régularités qui régissent le comportement de la matière inerte.

Les réflexions proposées ici devraient contribuer tant soit peu à remettre en question des cloisons qui traditionnellement séparent les sciences de l'Univers des

sciences de la nature, ceci par une épistémologie des théories scientifiques. Elles ouvrent des perspectives nouvelles sur nombre de problèmes dont le moindre n'est sans doute pas celui de la nature et de la signification du mouvement (et du chaos dynamique) qui, depuis bien des siècles, jette une sorte de défi à l'explication scientifique et philosophique. Ce qui devrait ressortir clairement de cette étude tient dans le fait que même le désordre le plus apparent cache en réalité un ordre mathématique et physique sous-jacent et que de s'imaginer les phénomènes chaotiques sans un substrat spatial et temporel dynamiquement constitué, cela apparaît inconcevable. C'est pourquoi le propos actuel d'une part importante de la recherche scientifique actuelle et d'une nouvelle philosophie naturelle consiste à dégager les propriétés de ces substrats et à éclaircir la nature des principes qui les informent.

Bibliographie

- Anasov, D.V., V.I. Arnold (Eds.), *Dynamical Systems I*, Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Vol. I, Springer, Berlin, 1988.
- Arecchi, F. T., *Caos e complessità nel vivente*, Edizioni dell'Università di Pavia, 2003.
- Arnold, L., *Random Dynamical Systems*, Springer, Berlin, 1998.
- Arnold, V., "Dynamical systems", in *Development of Mathematics 1950-2000*, J.-P. Pier ed., Birkhäuser, Berlin, 2000, 33-61.
- Arnold, V., *Équations différentielles ordinaires*, Editions Mir, Moscou, 1974.
- Audin, M., *Les systèmes hamiltoniens et leur intégrabilité*, Société Mathématique de France, EDP Sciences, Paris, 2001.
- Barrow-Green, J., *Poincaré and the Three Body Problem*, American Mathematical Society & London Mathematical Society, History of Mathematics, Vol. 11, 1991.
- Berge, P., Pomeau, Y., Vidal, Ch., *L'ordre dans le chaos*, Hermann, Paris, 1988.
- Berry, M.V., "Quantum Chaology", in *Dynamical Chaos*, M.V. Berry, I.C. Percival and N.O. Weiss Eds., Princeton University Press, Princeton, 183-197.
- Bertelot, F., Mayer, V., *Rudiments de dynamique holomorphe*, Société Mathématique de France, EDP Sciences, Paris, 2001.
- Birkhoff, D., *Dynamical Systems*, American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. IX, 1927.
- Birman, J.S. and R.F. Williams, "Knotted periodic orbits in dynamical systems—I: Lorenz's equations", *Topology*, 22 (1), 1983, 47-82.
- Boi, L., "Geometry of dynamical systems and topological stability: from bifurcations, fractals and chaos to dynamics in the natural and life sciences", *International Journal of Bifurcations and Chaos*, 2008, 51 p. (forthcoming).
- Boi, L., "Mathematical, physical and epistemological remarks on symmetry, symmetry breaking and bifurcations in dynamical systems", in *Symétries, Brisures de Symétries et Complexité, en mathématiques, physique et biologie*, L. Boi (éd.), Peter Lang, Berne, 2006, pp. 1-52.
- Boi, L., "Theories of space-time in modern physics", *Synthese*, 139 (2004), 429-489.
- Boi, L., "Topological Knots Models in Physics and Biology", in *Geometries of Naturen, Living Systems and Human Cognition. New Interactions of Mathematics with the*

- Natural Sciences and Humanities*, World Scientific, Singapore, 2005, pp. 203-278.
- Boi, L., « Mathématiques qualitatives, théorie des groupes et conception de l'espace chez Henri Poincaré », *Preprint de l'Institut des Hautes Études Scientifiques*, Bures-sur-Yvette, janvier 1996, 24 p.
- Boi, L., "Topological ideas and structures in fluid dynamics", *JP Journal of Geometry and Topology*, 8(2), 2008, pp. 151-184.
- Boi, L., « Etude introductive – La Science exige-t-elle une nouvelle Philosophie de la Nature ? », in *Science et philosophie de la Nature : Un nouveau dialogue*, L. Boi (éd.), Peter Lang, Berne, 2000, pp. 1-59.
- Bois, E., « Le chaos dynamique et la dynamique de la nature », in *Symétries, Brisures de Symétries et Complexité, en Mathématique, Physique et Biologie*, L. Boi (éd.), Peter Lang, Berne, col. *Philosophia Naturalis et Geometricalis*, vol. 5 (2006), pp. 53-94.
- Bois, E., "Dynamical chaos: factor of deployment and self-exploration of the dynamical possibilities of Nature", International conference : *Une nouvelle philosophie de la nature aujourd'hui : les apports des mathématiques, de la physique et de la biologie*, EHESS–LUTH (Observatoire de Meudon), Paris, March 26-28 (2003).
- Bois, E., *L'Univers sans repos ou l'essence première du mouvement*, Peter Lang, Berne, col. *Philosophia Naturalis et Geometricalis*, vol. 1 (2002).
- Bois, E., "Le chaos: du phénomène dynamique au phénomène de mode", in : *Ethique et Epistémologie autour du livre "Impostures Intellectuelles" de Sokal et Bricmont*, A. Krémer-Marietti (éd.), L'Harmattan, col. *Epistémologie et Philosophie des Sciences*, (2001c), pp. 243-252.
- Bois, E., « The three levels of significance in dynamical chaos », *Revue des Questions Scientifiques*, 172 (2001b), pp. 105-116.
- Bois, E., "De quelques enjeux philosophiques du phénomène chaos", *Implications philosophiques de la science contemporaine*, B. d'Espagnat (Ed.), Tome 1: *Le chaos, le temps, le principe anthropique*, PUF (2001a), pp. 31-34.
- Bois, E., "Le chaos, sens, contresens et coherence", 1st Astrophysical School of Oleron, Saint-Pierre d'Oléron, May 20-24, 1996, in: *Chaos and Fractals in Solar Activity*, J.P. Rozelot (Ed.), (1997), pp. 8-24.
- Bois, E., "First-order accurate theory of perturbed circular motion", *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 58 (1994), 125-138.
- Buiatti, M., *Lo stato vivente della materia*, UTET, Turin, 2000.
- Chaperon, M., « Géométrie différentielle et singularités des systèmes dynamiques », *Astérisque*, 138-139, Société Mathématique de France, Paris, 1986, 439 p.
- Chenciner, A., « Le rôle des collisions dans le problème des n corps », dans journée annuelle de la Société Mathématique de France sur *Mécanique céleste. Cent ans après la publication des "Méthodes Nouvelles" d'Henri Poincaré*, 1996, 1-32.
- Chenciner, A., « Systèmes Dynamiques Différentiables », *Encyclopædia Universalis*, Corpus 21, Paris 1989, 1044-1080.
- Collet, P., « Extended dynamical systems », in *Proceedings of the International Congress of Mathematics*, Berlin 1998, *Dokumenta Mathematica*, 1998, Vol. III : Invited Lectures, 123-132.
- Croquette, V., « Déterminisme et chaos », in *L'ordre du chaos*, Préface de P.-G. Gennes, Pour la Science Belin, Paris, 1989, pp. 64-87.
- Demazure, M., *Catastrophes et Bifurcations*, Ellipses, Paris, 1989.

- Douady, A. and J. H. Hubbard, "On the dynamics of polynomial-like mappings", *Ann. Sci. École Norm. Sup.*, 18 (1985), 287-343.
- Ford, J., « Qu'est-ce que le chaos, pour que nous l'ayons à l'esprit », in *La nouvelle physique*, sous la direction de P. Davies, Flammarion, 1993, pp. 348-372.
- Franke, J. E., S. Newhouse, J. Palis, M. M. Peixoto, « Trois études en dynamique qualitative », *Astérisque*, 31(1996), 188 p.
- Géhéniau, J. and I. Prigogine, « The Birth of Time », in *Between Quantum and Cosmos. Studies and Hessesays in Honor of J. A. Wheeler*, W. H. Zurek, A. van der Merwe and W. A. Miller (Eds.), Princeton University Press, Princeton, 1988, pp. 159-166.
- Guckenheimer, J., "One-Dimensional Dynamics", in *Nonlinear Dynamics*, R. H. G. Helleman ed., *Annals of the New York Academy of Sciences*, Vol. 357 (1980), 343-347.
- Haken, H., *Synergetics: An Introduction*, Springer, Berlin, 1983.
- Herman, M., « Sur les courbes invariantes par les difféomorphismes de l'anneau », *Astérisque*, 144(2), 1986, 248 p.
- Hirsch, M.W., "The dynamical systems approach to differential equations", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 11(1), 1984, 1-64.
- Hoffer, H.H.W., "Dynamics, Topology, and Holomorphic Curves", in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Berlin 1998, Documenta Mathematica, Vol. I: Plenary Lectures, pp. 255-280.
- Jacob, F., *Le jeu des possibles*, Fayard, Paris, 1981.
- Kellert, S.H., *In the wake of chaos*, University of Chicago Press, Chicago, 1993.
- Lanford, O., "Appendix to lecture VII: Computer Pictures of the Lorenz Attractor", in *Turbulence Seminar*, Berkeley 1976/77, Edited by P. Bernard and T. Ratiu, Lectures Notes in Mathematics 615, Springer, New York, 1978.
- Laskar, J., « La stabilité du système solaire », in *Chaos et déterminisme*, sous la dir. de A. Dahan Dalmedico, J.-L. Chabert, K. Chemla, Seuil, Paris, 1992, pp. 170-211.
- Lorenz, E., "Deterministic Nonperiodic Flow", *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 (1963), 130-141.
- Lyubich, M., "The Quadratic Family as a Qualitatively Solvable Model of Chaos", *Notice of the AMS*, 47(9), 2000, 1042-1052.
- Moiola, J. L., Chen, G., *Hopf Bifurcation Analysis*, World Scientific, Singapore, 1996.
- Montgomery, R., "A new solution to the Three-Body Problem", *Notices of the AMS*, 48(5), 471-481.
- Morse, M., "George David Birkhoff and His Mathematical Work", in *George David Birkhoff Collected Mathematical Papers*, Vol. 1, Dover, New York, 1968, pp. XXIII-LVI.
- Moser, J., *Stable and Random Motions in Dynamical Systems*, Annals of Mathematical Studies 77, Princeton University Press, Princeton, 1973.
- Nicolis, G., Prigogine, I., *À la rencontre du complexe*, Presses Universitaires de France, Paris, 1992.
- Nicolis, G., Prigogine, I., *Self-organization in Non-equilibrium Systems*, Wiley, New York, 1977.
- Parisi, G., *Field Theory, Disorder and Simulations*, World Scientific, Singapore, 1992.
- Peitgen, H.-O., Jürgens, H., Saupe, D., *Chaos and Fractals. New Frontiers of Science*, Springer, New York, 1992.
- Peitgen, H.-O., Richter, P.H., *The Beauty of Fractals*, Springer, Berlin, 1986.

- Peixoto, M. M. (ed.), *Dynamical systems*, Academic Press, New York, 1973.
- Peixoto, M. M., “Qualitative Theory of Differential Equations and Structural Stability”, in *Differential Equations and Dynamical Systems*, J. K. Hale and J. P. LaSalle (Eds.), Academic Press, New York, 1967, pp. 469-480.
- Pesin, Ya. B., “Dimension type characteristics for invariant sets of dynamical systems”, in *Dynamical Systems*, Ya. G. Sinai (ed.), World Scientific, Singapore, 1991, pp. 139-180.
- Poincaré, H., « Sur les problèmes des trois corps et les équations de la dynamique », *Acta Mathematica*, 13 (1890), 1-270.
- Poincaré, H., *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, 3 volumes, Gauthier-Villars, Paris, 1892, 1893, 1899.
- Robinson, C., *Dynamical Systems: stability, symbolic dynamics, and chaos*, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1995.
- Ruelle, D. “Strange Attractors”, *The Mathematical Intelligence*, 2(3), 1980, 126-137.
- Ruelle, D., “Differentiable Dynamical Systems and the Problem of Turbulence”, in *The Mathematical Heritage of Henri Poincaré*, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 39, Part 2, American Mathematical Society, 1983, pp. 141-154.
- Ruelle, D., *Hasard et chaos*, Odile Jacob, Paris, 1991.
- Schuster, H. G., *Deterministic Chaos. An Introduction*, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1989.
- Shub, M., « Stabilité globale des systèmes dynamiques », *Astérisque*, 56 (1978), 210 p.
- Smale, S., “Differentiable Dynamical Systems”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 73(6), 1967, 747-817.
- Smale, S., *The Mathematics of Time. Essays on Dynamical Systems, Economic Processes, and Related Topics*, Springer, New York, 1980.
- Strogatz, S. H., *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Perseus Publishing, Cambridge MA, 1994.
- Tamura, I., *Topology of Foliations: An Introduction*, translated from Japanese by K. Hudson, Series of the American Mathematical Society, “Translations of Mathematical Monographs”, Vol. 97, 1992.
- Thom, R., *Stabilité structurelle et morphogénèse*, 2e édition, InterEditions, Paris, 1977.
- Thuan, T. X., *Le chaos et l'harmonie*, Fayard, Paris, 1998.
- Turchetti, G., “From Dynamical Systems to Complex Systems”, *Preprint*, Dipartimento di Fisica, Università di Bologna, 2002, 10 p.
- Viana, M., “Chaotic Dynamical Behaviour”, in *Proceedings XIth International Congress of Mathematical Physics*, D. Iagolnitzer (ed.), International Press, Cambridge, MA, 1995, pp.142-154.
- Yoccoz, J.-C., “Recent Developments in Dynamics”, in *Proc. of the International Congress of Mathematicians*, Zürich 1994, Birkhäuser 1995, pp. 246-265.

Luciano Boi

École des Hautes Études en Sciences Sociales,
Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales
(UMR 8557 CNRS-EHESS),
54, boulevard Raspail, 75006 Paris, France.

Eric Bois

Observatoire de la Côte d'Azur,
Laboratoire Cassiopée (UMR CNRS 6202),
B.P. 4229, F-06304 Nice Cedex 04.