

Breve introito a un largo problema: instante y fases del hablar y el pensar

Javier Arias Navarro

Centro de Linguística da Universidade de Lisboa

Centro de Lógica, Linguística y Artes del Lenguaje de Asturias

Una puerta con dos llaves

Tal y como Dante Alighieri estipulaba tres niveles de interpretación de un texto (*sensus somaticus*, *sensus psychicus* y *sensus pneumaticus*), así nosotros, lector, te ofrecemos dos llaves para adentrarte en esta estancia. Habrás de ser tú, con tu astucia y maña, quien determine, tras múltiples tanteos, si precisas de ambas, si con una sola te alcanza (y en tal, caso, con cuál), o en el colmo de los infortunios, descubrir que aún te faltan cerraduras nunca instaladas y llaves acaso por fabricar. Ten por seguro, eso sí, que la puerta no está abierta ni entornada. Aunque acaso, como le sucedía al pobre campesino de Kafka en “Ante la ley”, estuviera reservada sólo para ti.

47

Faust

Du nennst dich einen Teil, und stehst doch ganz vor mir?

Mephistopheles

Bescheidne Wahrheit sprech ich dir.

Wenn sich der Mensch, die kleine Narrenwelt,

Gewöhnlich für ein ganzes hält:

Ich bin der Teil des Teils, der anfangs alles war,

(Goethe, *Faust* I, Erster Teil, “Studierzimmer”)

FAUSTO (I/Acto)

Ah, tudo é símbolo e analogia

O vento que passa, a noite que esfria

São outra cousa que a noite e o vento-

Sombras de vida

Tudo que vemos é outra cousa.

A maré vasta, a maré ansiosa,

DICIEMBRE
2015

É o eco de outra maré que está
 Onde é real o mundo que há.
 Tudo que temos é esquecimento.
 A noite fria, o passar do vento
 São sombras de mão cujos gestos são

(Pessoa, *Fausto: tragédia subjectiva*)

Advertencia preliminar

El trabajo que el lector tiene ante sus ojos supone sólo el esqueleto de otros por venir. En él aparecen ideas que constituyen la médula del escrito *Tipología lingüística e instante cartesiano*, que espero publicar un día próximo si se dan ciertas condiciones para ello. Se encuentra, además, en estrecha relación conceptual con otro como *Merge, Verflechten, Verschmelzen*, y en una sólo un grado más lejana con los que llevan por nombre *Una de tantas enmiendas que serían menester a la ligera ignorancia de los lingüistas contemporáneos* y *Preliminaries to the study of traces in linguistics*. Este último, a su vez, constituye un prefacio al libro *La huella: un estudio lingüístico*.

Se trata, pues, de un anticipo o adelanto (con todo lo que eso comporta) que se me antojaba necesario por múltiples razones, demasiado prolijas para enumerar aquí, y que poco tienen que ver con exigencias propiamente editoriales. Mucho más, en cambio, con la tupida urdimbre del pensar.

Introducción

La ocurrencia, ya presente en Descartes, de un instante sin duración, no computable en tiempo, es clave en la teoría del lenguaje (y en la tipología lingüística), aunque la idiocia, en su sentido más puramente etimológico, el de la *idié phrónésis* heraclitana, reinante en el gremio ciega a muchos para verlo o llegar siquiera a sospecharlo.

En efecto, en sus *Principia philosophiae*, Descartes afirma :

⇒ “Causa huius regulae eadem est quae praecedentis, nempe immutabilitas, & simplicitas operationis, per quam Deus motum in materia conservat :

Neque enim illum conservat, nisi praecise qualis est eo ipso temporis momento quo conservat, nulla habita ratione eius qui forte fuit paulo ante.”¹

En la traducción francesa encargada al abad Picot y aparecida tres años más tarde, en 1647, con el título de *Les Principes de la Philosophie*, el enunciado adopta los siguientes términos, refiriéndose a Dios:

“ne le (scil. le mouvement) conserve pas comme il a pu être quelque temps auparavant, mais comme il est précisément au même instant qu’il le conserve.”²

Como acertadamente señala Daniel Garber³, las afirmaciones de Descartes sobre ‘instante’, ‘duración’ y ‘tiempo’ son compatibles tanto con la hipótesis de la discontinuidad como con la de la continuidad del tiempo (encarnadas en la disputa interpretativa por Martial Gueroult y Jean-Marie Beyssade, respectivamente). En consecuencia aquí se consideran de modo independiente de una u otra hipótesis⁴.

Si queremos, en justa práctica de nuestra profesión, hoy tan deteriorada y baqueteada por un intrusismo sistemático, partir, en un primer suspiro del pensar, de los contrastes léxicos en una lengua consagrados, se debe reparar en *instans* frente a *momentum*. Son los vocablos latinos usados por Descartes. El instante se toma como límite, el momento como parte. Requisito indispensable para constituirse en una parte efectiva es el presentar una magnitud

49

¹ Cf. René Descartes, *Principia philosophiae*, Amsterdam, Ludovicus Elzevirius, 1644, Pars Secunda, XXXIX, p. 55-56. Ya poco antes (*op. cit.*, p.53), el epígrafe XXXVI llevaba por encabezamiento: “Deum esse primariam motus causam: et eandem semper motus quantitatem in universo conservare”.

² Cf. René Descartes, *Les Principes de la Philosophie*, Paris, Imprimerie de Pierre des-Hayes, 1647.

³ Cf. Daniel Garber, *Descartes' Metaphysical Physics*, Chicago / London, The University of Chicago Press, 1992, p. 273.

⁴ Ahora bien, ello no significa que no se pueda establecer el peso relativo de la una respecto a la otra. Hay, sin duda, más motivos para inclinar la balanza del lado de la hipótesis de la continuidad, entre otras cosas, porque la tradición atomista, adalid de la discontinuidad, sufrió todo tipo de vicisitudes filológicas en la transmisión (salvados, las más de las veces, los textos hasta nosotros llegados gracias al mal latín y griego que sabían los frailes en cuyas manos cayeron) lo cual perjudicó — cuando no directamente impidió — una sólida recepción y un cabal entendimiento de lo que allí se trataba. Por el contrario, la corriente opuesta contaba ya a su favor con el espíritu inspirado por los mertonianos, en especial Thomas Bradwardine con su tratado *De continuo*, en que argumenta contra los indivisibles haciendo uso para ello de proposiciones geométricas con el carácter de lo que hoy diríamos axiomas, espíritu que tendría prolongación, en buena parte, en la Escuela de Salamanca (con cuyas obras parece Descartes haber estado familiarizado) durante varias generaciones, llegando hasta el tratado *De compositione continui* de Juan de Lugo de 1656, que el matemático y pensador francés, lógicamente, ya no pudo conocer. Tampoco pudo conocer, por razones obvias, la cuarta carta de Leibniz a Samuel Clarke, del 2 de junio de 1716.

Deben tenerse, con todo, siempre presentes las conclusiones que arroja Garber tras su detallada pesquisa :

“I have argued that nothing Descartes says suggests that he held the discontinuity thesis. But while the case in favor of the continuity thesis is somewhat better, it too is not altogether convincing.”

[Daniel Garber, *op.cit.*, p. 272]

física extensa (longitud, anchura, etc.). El argumento de Descartes según el cual los cuerpos no pueden constar de puntos, dado que entonces daríamos en el absurdo de afirmar que lo no extenso, un punto, pueda ser parte de lo extenso, el cuerpo, o ser él mismo un cuerpo, va en dicha dirección. Los puntos o líneas geométricas sólo pueden ser un *limes*, no una extensión de terreno.

Resulta fundamental subrayar, como hace Garber⁵, que de la cita cartesiana precedente se colige que el movimiento queda excluido por entero del instante. Este último habrá de ser, por tanto, sin duración. Ahora bien, a partir del citado silogismo de puntos y cuerpos, puede derivarse otro argumento, perfectamente coherente con la doctrina y presupuestos de Descartes pero que este (¡cuestión decisiva!) nunca formuló. Argumento que permitiría a algunos autores — señaladamente, como veremos, a Guillaume, pero también a Chomsky ; no así a García Calvo, que se mantiene aquí fiel a la letra y al espíritu de esta en el gran pensador francés — reintroducir la duración y el tiempo allí de donde se les había expulsado : teniendo en cuenta que la duración ha sido postulada como atributo de toda criatura, de todo lo creado, tanto de la *res cogitans* como de la *res extensa*, Dios no podría crear una sustancia finita sin duración. De hacerlo, el instante, cada instante, de un mundo así sería sólo una ficción, como un personaje de novela sin carne y hueso, una abstracción análoga a la de un mero espacio desprovisto del cuerpo propio que le otorga el estar ocupado por uno o varios cuerpos extensos.

Las raíces teológicas del concepto de ‘momento’ han sido profusamente estudiadas, y no es cuestión aquí de volver sobre ellas⁶. Tampoco es este lugar para mencionar el parentesco que con dicha idea presentan otras posteriores en la tradición del pensamiento

⁵ Cf. Daniel Garber, *op. cit.*, p. 271.

⁶ Una útil introducción a la historia del concepto (donde la lectura que la tradición efectuara, ya desde sus contemporáneos, ha trocado en producto de ‘masa’ por ‘velocidad’ lo que en Descartes era ‘tamaño’ por ‘celeridad’) la proporciona el breve texto de Alexander Afriat “Cartesian and Lagrangian momentum”, *Foundations of Physics Letters*, 18, 4, 2005, p. 371-378. No nos conciernen aquí las interpretaciones que vinculan el instante al tiempo mesiánico y al *kairós*, como en una larga tradición que va de la *Epístola a los Romanos* del Apóstol Pablo a Gerhard Scholem, Walter Benjamin o Giorgio Agamben, ni las que quieren apelar a un presunto eje horizontal de la temporalidad, o cualquier otra forma de faramalla tudesca. Lo único que no conviene perder de vista de entre tantos y tantos papelotes eruditos es el sentido originario del instante como *éxtasis*, tal y como aún se puede leer bajo expresiones como la alemana *sich ausstellen*, nuestro *exponer* o el ruso *экспонат*, y, quizás más que en ninguna, en el omniabarcador nombre eslavo para ‘tiempo’ (también, por ende, para ‘instante’ y ‘momento’): *время* < *врѣмѧ* < **vermę* conforme a la consabida diacronía “ruso < eslavo eclesiástico < protoeslavo”. Tampoco podemos atender en estas páginas a enfoques como el de Arthur Norman Prior o el extensamente formulado por Alfred North Whitehead en su famoso *Process and Reality*.

como el *Jetzt* de Hegel, o el *Jetztzeit* y el *Schwung* de Heidegger. Importa más que se señale el origen de la cuestión. Y el origen, como acostumbra a suceder, se remonta a los griegos. Así, Platón acomete la reflexión sobre el instante (*to exaíphnēs*) en el diálogo *Parménides*, en un pasaje [156c/e] que habría de tornarse fundamental en la historia del pensamiento:

— Pero cuando, estando en movimiento, entra en reposo, y cuando, estando en reposo, passa a moverse, es del todo necesario que él no esté en un único tiempo.

— ¿Cómo?

— Estando primero en reposo, moverse después, y, estando primero en movimiento, estar después en reposo, son afecciones que no podría tener sin cambiar.

— ¿Cómo podría tenerlas?

— Pero no hay ningún tiempo en el cual pueda simultáneamente ni moverse ni estar en reposo.

— No lo hay, en efecto.

— Pero tampoco cambia sin cambiar.

— No es verosímil.

— ¿Cuándo cambia, entonces? Porque no cambia ni cuando está en reposo ni cuando se mueve, ni cuando está en el tiempo.

— No, claro que no.

— ¿Hay acaso esa cosa extraña en la que estaría en el momento en que cambia?

— ¿Qué cosa?

— El instante. Pues el instante parece significar algo tal que de él proviene el cambio y se va hacia uno u otro estado. Porque no hay cambio desde el reposo que está en reposo ni desde el movimiento mientras se mueve. Esa extraña naturaleza del instante se acomoda entre el movimiento y el reposo, no estando en ningún tiempo; pero hacia él y desde él lo que se mueve cambia para pasar a estar en reposo, y lo que está en reposo cambia para moverse.

— Así parece.

— También lo uno, sin duda, si está en reposo y se mueve, tendrá que cambiar de uno a otro, pues sólo de ese modo podría realizar ambos estados; pero, al cambiar, cambia en el instante, y en el momento en que cambia no podrá hallarse en ningún tiempo, ni podrá moverse ni podrá estar en reposo.

—No, en efecto.”⁷

Eso por lo que hace al concepto. En cuanto a la terminología, llega hasta nosotros, como casi siempre, la forjada en lengua latina por Cicerón. Así, en *De Natura Deorum* II, 117 (*In aethere autem astra volvuntur, quae se et nisu suo conglobata continent et forma ipsa figuraque sua momenta sustentant*) se encuentra el sentido de ‘impulso’, ‘mudanza’, o incluso ‘movimiento’ y ‘variación’; la acepción, más concreta, de ‘peso’ puede hallarse en *Academica* II, 124 (*ita sunt in plerisque contrariarum rationum paria momenta*).

El otro pasaje que viene a interferir con el diálogo platónico en la carrera de los siglos, con sus eruditos y comentaristas y filósofos de cámara, es aquel célebre de Aristóteles en la *Física* [222a13 y sucesivos] en que se habla del *nûn*. Ambos textos han chocado en las mentes de innumerables generaciones, y las chispas resultantes han dado en nuevas fórmulas, a menudo plagadas de titubeos, pasos en falso y, no pocas veces, de contradicciones. Hemos tenido ya la oportunidad de ver cómo el propio Descartes no es ajeno a estas dudas y vacilaciones, incapaz de decantarse plenamente (sin que se halle contradicción en otros pasajes de un mismo texto), por una u otra visión.

El *exaíphnês* de Platón puede emparentarse con el ahora (*nûn*) de Aristóteles, que se quiere indivisible y carente de duración. Las críticas que a propósito del *nûn* se hayan efectuado en tiempos más recientes⁸ no empecen para que se le reconozca la importancia efectiva que ha tenido y sigue teniendo entre lógicos, físicos o gramáticos, por no hablar de poetas y filósofos.

⁷ Cf. Platón, *Diálogos*, V, Editorial Gredos, 2002 (3ª reimpr.) p.110-111. Análogo argumento se esgrime, entrando ya en harina del costal de lenguaje y lenguas, en el capítulo II de *Del Lenguaje* de Agustín García Calvo (Madrid, Editorial Lucina, 1979, p. 55-100, y en especial, p. 97 y sucesivas, sobre todo el dibujo de la página 99) a propósito del cambio lingüístico y del tiempo en que una lengua cambia.

⁸ Véase, por ejemplo, Agustín García Calvo, *Contra el Tiempo*, Zamora, Editorial Lucina, 1993, p.54 “[...] en su fundación misma, en Aristóteles físico, se plantea la cuestión referida al tiempo, los momentos y la duración [...]: el saber mismo le había obligado a colocar el *nûn* ‘ahora’ (esto es, el índice que apunta al tiempo de decirlo) en la duración (real), y a consecuencia de ello, se le abría el problema de cómo entenderlo, si como «siendo algo» en esa duración, es decir, un punto (pero eso le requiere argumentar interminablemente que eso no quiere decir una parte de la línea) o si como puramente un corte (entre Pasado y Futuro, claro, porque ya la espacialización del tiempo está en Aristóteles recibida y confirmada), lo cual es poco satisfactorio para una Física, porque, así, ninguna ideación (ni cálculo) podría manejarlo; como tampoco puede manejarse una bruta cuantía, sin alguna clase de números (así sean irracionales, pero en línea), y en los escritos mismos de Aristóteles el paso de la cuestión *póson* a la cuestión *pósoi*, de «¿Cuánto?» a «¿Cuántos?» es, a veces, un salto (¿o diríamos más bien un deslizamiento?); ahora bien, lo que de primeras nos presenta la cuantía bruta, la continuidad insalvable, la infinitud sin distinguos, es el tiempo, y por tanto la primera urgencia es convertirlo en Tiempo manejable, con su duración medida y sus momentos ordenados.”

En la misma obra, todo el Ataque 11º (p. 143-193) constituye un delicioso análisis, pleno de fructíferas sugerencias, del tratamiento de los problemas temporales en la Antigüedad griega y latina.

En resumidas cuentas, Descartes formula de modo inequívoco la idea de que la duración consta de unidades discretas atemporales, y ello dentro de una tensión nunca del todo resuelta entre la recreación continua y el atomismo temporal. Usando términos que gozarán desde entonces de enorme fortuna léxica en nuestras lenguas, el instante podrá verse como hecho de momentos.

Acaso no esté de más ahora adelantar las confusiones interpretativas (en verdad, un quiasmo entre los cuadrantes de un esquema) en que incurre Gustave Guillaume. Estas pueden resumirse en un único punto: se generaliza el tratamiento temporal a todo instante. Así, esquemas como

t. o. (q. nom.) < t. o. (sub.) < t. o. (passé simple) < t. o. (imparfait)⁹

en que se representa, para el francés, un tiempo operativo del modo cuasi nominal menor que el del modo subjuntivo, que a su vez, sería sobrepasado por los del pasado simple y el imperfecto, ordenados entre sí, no indicarían ya una mera prelación de los procesos implicados en la cronogénesis, sino, de hecho, una medición cuantitativa comparada del tiempo necesario para generar cada uno de los elementos referidos.

Se entiende que toda operación de pensamiento y de lenguaje exige del tiempo para su ejecución. A este sustrato temporal, estimado obligatorio, le da Guillaume el título de “tiempo operativo” (*temps opératif*). A él asocia dos características que tendrán no poca importancia en una de las vías conducentes a la paradoja con la que aquí nos las habremos: de un lado, remite a un eje sobre el que puede ser plasmado, a una cierta duración de tiempo que se representa linealmente; de otro, puede analizarse en instantes sucesivos¹⁰.

⁹ Cf. Maurice Toussaint, “Gustave Guillaume et l’actualité linguistique”, *Langages*, 2, 7, 1967, p. 98, quien lo toma de Gustave Guillaume, *Langage et Science du langage*, Québec, Nizet et Presses de l’Université Laval, 1964, p. 200. La abreviatura “t. o.” indica, como es obvio, “tiempo operativo” (*temps opératif*).

¹⁰ Da aquí Guillaume un primer salto mortal sin red, al asociar ‘instante’ con ‘tiempo’ y ‘duración’, en una amalgama sin duda exitosa en su acogida y recorrido filosófico, pero de cuya legitimidad racional cabe albergar no pocas dudas, al punto en que resuenan, para quien aún sepa, primero, oír y, luego, escuchar, los versos de las *Meditaciones rurales* de Antonio Machado.

[...] ¿Esto es

otro embeleco francés?

Este Bergson es un tuno;

¿verdad, maestro Unamuno?

La expresión *temps opératif* aparece por primera vez en un texto de 1939¹¹:

“La *grammaticalisation* du mot prend ainsi au fond de la pensée, tout au fond, l’allure d’un mouvement commencé dans le plan du particulier et progressant en direction et dans le plan du général. Ce mouvement en est le *schème profond*.

[...] Un tel mouvement, si prompt soit-il, n’en demande pas moins, ainsi que tout mouvement, fût-il de pensée, du « temps », si peu que ce soit, pour s’accomplir. Et la pensée qui, au fond d’elle-même — dans sa représentation intérieure de ses propres actes — voit ce mouvement s’opérer *dans le temps*, le pénètre, l’analyse en le référant à l’écoulement du temps opératif qu’il exige pour s’accomplir.”

Posteriormente, el 7 de marzo de 1957 contempla a Guillaume introduciendo la diferencia entre tiempo histórico y tiempo operativo¹² y, lo que resulta mucho más significativo, pese a que apenas se repare en ello, entre homogeneidad proyectada (a golpe de punzón, cincel, o lápiz podría decirse) sobre una superficie — destinada, precisamente, a tal fin — y la heterogeneidad originaria de los procesos implicados:

“Historically speaking, the article-noun is a recent part of speech. Understandably so: it brings to an end the endogeny of the parts of speech, which is a historical process (long-lasting, sometimes slow or sometimes more rapid) before being a systemic one (instantaneous in the speaker’s mind). Here we find the distinction between historical time and operative

¹¹ Cf. Gustave Guillaume, “Comment se fait un système gramatical”, *Conférences de l’Institut de Linguistique de l’Université de Paris*, Paris, Boivin et Cie, 1939, p. 109. De lectura indispensable para buena parte de los temas aquí tratados resulta el artículo de André Joly, “Autour du concept d’«opération» chez Gustave Guillaume”, en Georges Kleiber, Martin Riegel (eds.), *Les formes du sens: Études de linguistique française, médiévale et générale offertes à Robrt Martin à l’occasion de ses 60 ans*, Louvain, De Boeck Supérieur, 1997, p. 203- 218.

¹² A este respecto, convendría tener presente lo que nos enseñaba este párrafo de uno de los muchos libros que se leían y comentaban en la Escuela de Lógica, Lingüística y Artes del Lenguaje de Asturias en los inicios de los 90:

“Si a pesar de la introducción del principio de los indiscernibles queremos ser fieles a la prohibición aristotélica (no captaremos juntos dos que mutuamente se oponen), entonces estaremos obligados a afirmar que, a pesar de la apariencia, no es en un solo acto perceptivo que el caballo se muestra blanco y cuadrúpedo, no es *ἄμα*. No es un instante, sino dos instantes..., dos instantes lógicos frente a un solo instante fenomenológico. La introducción del principio de los indiscernibles añadida a una concepción puramente diferencial de la identidad pone así las bases de la distinción entre tiempo lógico y tiempo empírico.”

[Cf. Víctor Gómez Pin, *El reino de las leyes. Orden freudiano*, Madrid, Siglo XXI, 1981, p. 130.]

time. Operative time involves the projection in homogeneous, surface dimensions of a process previously undertaken and carried out in heterogeneous, historical dimensions. The historical process is finally deployed along another axis in the form of a result, one which reproduces the operative system by making it instantaneous. Operative time in structural psycho-systematic linguistics is the time involved in this development. The deploying itself is somewhat complex; within it are processes which have their own deployment.”¹³

Tendríamos, en suma, que, en esta particular forma de geometría proyectiva que el lenguaje ejecuta, la génesis se contiene en la estructura, que guarda “recuerdo” del particular molde de su formación:

“The complexity of this linguistic phenomenon, whereby the processes involved in reaching a solution are retained in the solution itself, stands in the way of a broad, synthetic description of the phenomenon, and necessitates a presentation which breaks it up into successive moments, each containing other moments, presented in profile. Here we have a whole projective geometry functioning deep in the mind and based on an intuitional mechanics which is reflected in the structure of tongue because they reproduce it within themselves. We would know nothing of this mechanics if we could not see it in the structure of language. The proper aim of language is what is useful, what is strictly necessary, and so language does not portray this intuitional geometry in itself as something basically seeable, but only the translation of what is seeable into something sayable.”¹⁴

55

DICIEMBRE
2015

En 1945, Guillaume lo define del siguiente modo:

“[...] une opération de pensée, si brève soit elle, demande du temps pour s'accomplir et peut, conséquemment, être référée, aux fins d'analyse, aux instants successifs du temps qui en porte l'accomplissement et que nous nommerons le temps opératif.”¹⁵

¹³ Cf. Gustave Guillaume, *Foundations for a Science of Language*, Amsterdam / Philadelphia, John Benjamins, 1984, p. 123. Por uno de esos azares que a menudo deparan las bibliotecas, públicas o privadas, sedimento de viajes y mudanzas, cuando no de caprichos inaprensibles, me veo forzado a citar, en este caso, por la traducción inglesa de los *Principes de linguistique théorique*, Quebec / Paris, Klincksieck, 1973. La lección de ese día lleva el título de “System of the Word and System of the Article”.

¹⁴ Cf. Gustave Guillaume, *op.cit.*, p. 123-124.

¹⁵ Cf. Gustave Guillaume, *L'architectonique du temps dans les langues classiques*, Copenhague, Einar Munksgaard, 1945, p. 17.

Ya en 1929, en *Temps et verbe*, había escrito, a falta aún de la designación exacta para el concepto:

“Pour être une opération mentale extrêmement brève, la formation de image-temps dans l'esprit n'en demande pas moins un temps, très court sans doute, mais non pas infiniment court, et par conséquent réel. Il s'ensuit que cette formation peut être rempotée à un axe - une certaine durée de temps qu'on se représente linéairement - qui est le lieu de tout ce qui a trait à la figuration mentale du temps.”¹⁶

El hallazgo del tiempo operativo que subyace en todo proceso constituye el núcleo primordial de lo que Guillaume dará en llamar “*linguistique de position*”, a la que va ligada, como el lector habrá tenido ocasión de comprobar en sus propias carnes, una notable batería de diagramas esquemáticos:

“Central to Guillaume’s thought is the idea that the process itself takes time (however infinitesimal) — le *temps opératif* — and that different languages of external reality will result from interception at different points in the *temps opératif*.”¹⁷

La “*interception*” de que ahí se habla no dista mucho en su carácter, como se podrá ver, de los cortes que en el próximo epígrafe se presentan. Se tratará allí, si se permite la expresión, de cortes que el lenguaje (con su gramática general) efectúa sobre sí mismo, de modo análogo a como el propio Guillaume había dicho en clase el 11 de diciembre de 1941:

“The mind has the potential, the capacity, of intercepting its own processes, of taking cross-sections of them.”¹⁸

Suelen olvidar los autores — pues en ello les va no poco de su empeño por hacerse un huequecito en el gran cementerio del saber, mucho más estremecedor que aquel “terrible muladar de mundos” que evocaba en Unamuno Aldebarán — lo que Epicuro dejara escrito en la *Carta a Heródoto* tanto sobre los *idólos* (luego *simulacra* en Lucrecio) como sobre las

¹⁶ Cf. Gustave Guillaume, *Temps et verbe. Théorie des aspects, des modes et des temps*, Librairie Ancienne Honoré Champion, Paris, 1929, p. 8.

¹⁷ Cf. Iorgu Iordan y John Orr, *An Introduction to Romance Linguistics, Its Schools and Scholars*, Berkeley / Los Angeles, University of California Press, 1970 [2ª ed.] p. 501. La edición original se remonta a 1937.

¹⁸ Se trata de la conferencia con el título de “The operational substratum of every language system”, en Gustave Guillaume, *Foundations for a Science of Language*, p. 134. Hay, sin duda, algún error de datación, en el sentido que fuere, puesto que a la citada fecha corresponde, en francés, entre los papeles archivados en la serie A, la lección “La langue et son histoire”. Entreténgase quien quiera en resolver el entuerto, que en nada afecta al hilo argumental.

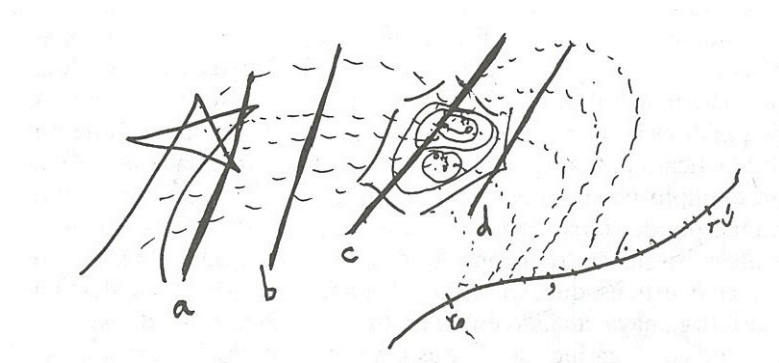
⇒

operaciones de la sub-realidad explicativa que quiere dar cuenta de estos, a saber, por un lado, que los procesos tienen lugar en *aperinoētōi chrónōi*, esto es, en un tiempo inabarcable, inconcebible, y por otro (si hablar así tuviera algún sentido en este caso), insiste en que son *háma noēmati*. de modo que, para ser tan raudos como su propia ideación, se ven obligados a que su velocidad coincida siempre con la del pensamiento mismo.

En el olvido caería también, si no fuera por el rastro que aún permanece en la palabra *cronotesis* del golpe del bastón de los viejos maestros áticos con su *ársis* y su *thésis*, el sustrato rítmico que precede al tiempo y sobre el que este quiere edificarse, como sobre arenas movedizas.¹⁹

Presupuestos

Se parte del siguiente esquema del viejo maestro Agustín García Calvo²⁰:



Baste con decir, a modo de breve aclaración — en verdad debiera darse todo esto por supuesto, como se hace habitualmente en nuestro campo de conocimiento, en que, en virtud de prebendas de poder, muchos se otorgan la libertad de repetir martingalas caducas rebozadas de prestigio, esperando y exigiendo con ello que la disciplina se reduzca a los únicos libros que les dieron la cátedra — que en él se distinguen el aparato o sistema lingüístico, representado por una pirámide con una base abierta al infinito, la producción lingüística entre TÚ y YO, en turnos intercambiables a cada paso en el tiempo, tal y como se

¹⁹ La complicación arquitectónica puede llegar al punto, como hace Olivier Soutet en “Peut-on représenter la chronogénèse sur le tenseur binaire radical?”, *Langue française*, 147, 1, 2005, p.19-39 (y, más en concreto, en las páginas 38-39), de proponer para una lengua como el francés, ordenadas en estricta serie, de manera que evoca las reglas de los primeros tiempos de la fonología generativa, hasta once *cronotesis* que den cuenta del sistema verbal.

²⁰ Cf. Agustín García Calvo, *Del aparato (Del Lenguaje III)*, Zamora, Editorial Lucina, 1999, p. 41.

proyecta sobre una línea, y, haciendo todo ello posible, mediando entre uno y otra, con la imagen de un pentágono que contiene, internamente, diversos globos de relaciones, la denominada instancia organizativa de la frase, que viene a resolver (por más que ambos difieran sustancialmente desde su concepción) no pocos de los problemas para los que se pensó el *drittes Reich* de Frege, antes de que el término viniera a tomar otras funestas tonalidades.

Los cortes que se indican con las letras a-b-c-d son precisamente cortes que, al menos en algunos casos, se producen dentro mismo del instante (resulta claro para c y d, y mucho más discutible y problemático para a-b). De ello resulta, a primera vista, un empaquetado o laminado con áreas acotadas, que no difieren en demasía de los haces o *sheaves* con que juegan los matemáticos. A estos y, en general, a gentes más expertas que yo, corresponderá certificar con exactitud o refutar dicha impresión.

Dejamos para el ya referido *Tipología lingüística e instante cartesiano* la tarea de explicar el entramado y entrelazamiento de dichos cortes con el diferente montaje de palabras y frases, que da en los diversos tipos lingüísticos de todos conocidos desde comienzos del siglo XIX, para atender aquí exclusivamente al problema, digamos, filosófico, que se suscita.

Importa sólo por ahora, para cerrar así esta sección, que al lector le quede claro en qué consisten exactamente los cortes indicados en el gráfico. Acudamos para ello a un extracto del diálogo que lo acompaña:

“Bueno, pero ¿qué son? ¿Esos cortes o sitios que señalas? Quiero decir que, puesto que todo el proceso, desde la salida del aparato hasta la entrada en la producción, no es más que un instante (vamos, que no es tiempo), como instantánea es la ist. de organización, y ese esquema nuestro nunca ha pretendido representar proceso alguno, sino sólo las relaciones en abstracto entre aparato, ist. org. y producción...”²¹

A lo que responde, metiendo baza, otro de los personajes del coloquio, Lina:

“Pero ya de antaño, Trino, teníamos que reconocer que algo como un proceso tenía que haber, dentro del instante mismo de la ist. de organización, en el sentido de que las

²¹ Cf. Agustín García Calvo, *op. cit.*, p.41-42. Se respetan las abreviaturas y la ortografía — más fiel al habla que la de la norma — del original.

relaciones sintácticas entre piezas tampoco pueden entenderse como establecidas todas de una vez, sino que se requiere un orden entre ellas (desde lo más adentro hasta lo más afuera de la organización de frase), que, aunque no pueda en tiempo real ninguno, no deja de ser un proceso en algún modo; así que también para esta imaginería que Rueda nos saca ahora para un proceso de saques y combinaciones de elementos... Por cierto, me ha parecido oírle en esto hablar de trances.: podríamos, tal vez, en ese paso del aparato a la ist. org. Y a la producción, que no puede, desde luego, darse en un tiempo real, pero que un proceso parece que ha de serlo, adoptar ese término ‘trance’ para cada uno de los cortes que él ha marcado en el proceso, a ver qué pasa.”²²

La paradoja

En un libro de reciente publicación, apenas salido del horno, titulado *Mathematics without Apologies: Portrait of a Problematic Vocation* que considero de lectura imprescindible para cualquiera que quiera pensar de veras y no de burlas, su autor, el reputado Michael Harris, formula, en el capítulo que lleva el sugerente título de “La costumbre de asirse a un fundamento último” (*The Habit of Clinging to an Ultimate Ground*)²³, con lúcida concisión y exactitud la naturaleza del conflicto lógico que nos ocupa:

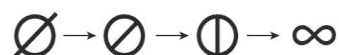
“But working rigorously with homotopies presents new problems. To make it a mathematical theory, we have to imagine each homotopy as a stretching /shrinking procedure that takes place in a fixed time interval, say one second. A problem is already apparent in Figure 7.5: each of the three steps is supposed to last one second, but the whole procedure is also a homotopy, and, therefore, wants to last one second. The traditional solution is to speed up the intermediate steps to make the total come out to one second. But there are (infinitely) many ways to do this, and the set of all such ways is itself a topological space: how do we choose the right one? The traditional answer is that there is no right answer: for the riddles topology was originally invented to solve, it doesn’t matter which way you choose”.²⁴

²² Cf. Agustín García Calvo, *op. cit.*, p. 42.

²³ Entiéndase en el sentido del agarrarse a un clavo ardiendo, o como en aquellas viñetas cómicas de la infancia y adolescencia que retrataban al personaje encaramado a lo más alto de la proa de un barco a pique o de un iceberg a punto de sumergirse en el mar y derretirse.

²⁴ Cf. Michael Harris, *Mathematics without Apologies: Portrait of a Problematic Vocation*, Princeton / Oxford, Princeton University Press, 2015, p. 211-212.

La figura a la que se refiere el párrafo anteriormente citado corresponde a la transformación continua que va del signo indicador del conjunto vacío al correspondiente al infinito, con dos estadios intermedios entre ambos, tal y como a continuación se muestra:



Como es corriente en topología, los cambios se logran estirando o contrayendo las figuras, sin poder nunca llegar a romperlas. En el estadio final del gráfico llegamos a la figura del tipo de rosquilla que en alemán y polaco se denomina *bretzel*. Cada uno de los pasos debe garantizar que la información sea preservada²⁵.

Michael Harris también menciona cómo, a partir de 1963, los topólogos, interesados, como estaban, en seguirle la pista a todas las fases intermedias, procuraron los fundamentos de la teoría de categorías de orden superior (*higher category theory*). Se trata de un camino que conduce hasta el reciente desarrollo de las ∞ -categorías por parte de André Joyal y Jacob Lurie²⁶.

Se trata, en definitiva, como en el caso de la piedra lunar o del afán del capitán Achab, de seguirle el rastro a todos los estadios intermedios, como si de uno de esos localizadores modernos que se emplean en los servicios de correo y mensajería se tratase, con la particularidad, en este caso, de aspirar a serlo, de veras, en tiempo real²⁷.

60

DICIEMBRE
2015

Algunas posibles soluciones

El carácter preliminar del presente escrito impide detenerse en los pormenores técnicos con que cabe afrontar con ciertas garantías de éxito (todo lo moderado que se quiera) la paradoja aquí presentada o, más bien, rememorada. Bueno, será, con todo, que se enumeren, siquiera de pasada, las modelizaciones a las se puede atribuir ganancia en el entendimiento del asunto, al tiempo que se incluye una visualización que pueda ayudar, sin muchas explicaciones, a que el lector se haga cargo de por dónde van los tiros:

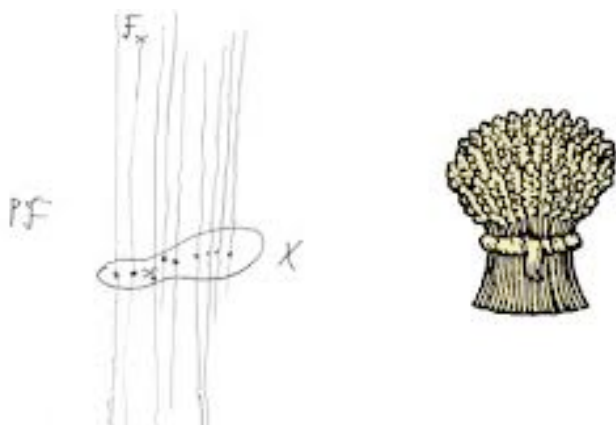
²⁵ En la práctica, se aceptan determinadas pérdidas informativas, como cuando se contraen los tramos salientes del signo de conjunto vacío para dar en la segunda forma de la cadena de transformaciones, o cuando se genera el signo de infinito matemático mediante un pinzamiento en un punto de la línea del signo que lo precede. En tales casos, la equivalencia homotópica no comporta identidad topológica, pero sí en lo que hace a la cohomología de los espacios considerados.

²⁶ Cf. André Joyal, "Quasi-categories and Kan complexes", *Journal of Pure and Applied Algebra*, 175, 2002, p. 207-222, y Jacob Lurie, *Higher topos theory*, libro publicado como el número 170 de la serie *Annals of Mathematics Studies*, Princeton / Oxford, Princeton University Press, 2009.

²⁷ Cotéjese esto con lo que se decía ya, a propósito, entre otras cosas, de la Carta de Galileo a Fortunio Liceti de 1641, en Javier Arias Navarro "Destripando una metáfora transcendental: Melville y Camões a la luz de Marc Richir", *Eikasía*, 47, Enero 2013, p. 286-287, nota 34.

1) Teoría de haces (*sheaf theory*). Se trata de un tratamiento matemático, nacido en el análisis complejo, que permite sistematizar el estudio de funciones y entidades parcialmente definidas. El resultado se asemeja visualmente al aspecto que presenta un ramillete de espárragos.²⁸

No seríamos, por cierto, los primeros en querer retrotraer algunos aspectos de la lógica intuicionista que se encuentra contenida en las categorías de haces a Leibniz.



Como derivación de la teoría de haces, tenemos, atendiendo a sus unidades constitutivas:

2) La teoría de tallos (*stalks*) y espacios étale (*étale spaces*). Aquí resultan indispensables las ideas de *germen de una función* y de *despliegue universal de una singularidad*²⁹.

²⁸ La representación gráfica se toma de la página 7 de “Sheaf Theory” de Tom Lovering, Universidad de Harvard, 2010: <https://tlovering.files.wordpress.com/2011/04/sheaftheory.pdf>

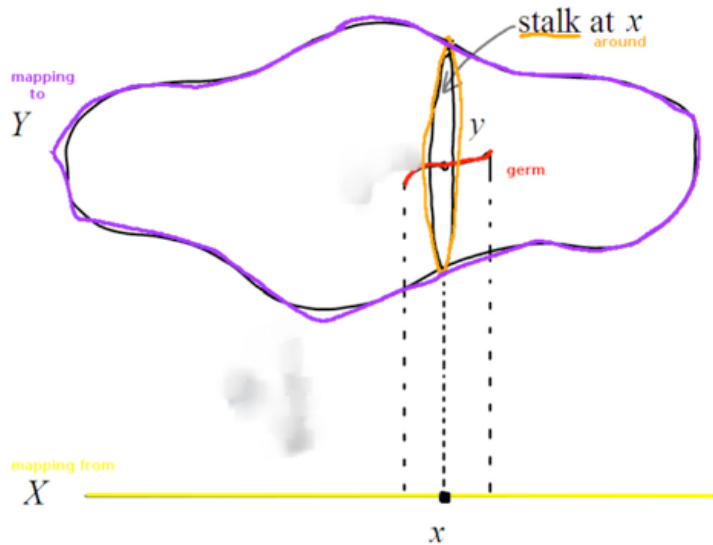
²⁹ Sirva, como breve pincelada, el esbozo que ofrece René Thom en *Parábolas y catástrofes*, Barcelona, Tusquets, 2000 (3ª ed.), p. 32: “Un despliegue universal no es otra cosa que una forma de *desplegar* toda la información intrínseca encerrada en una singularidad. En mi opinión, una singularidad de una aplicación es siempre algo que concreta toda una estructura global en una estructura local. [...] Esta idea del despliegue universal es, pues, en mi opinión, un complemento muy importante de aquella constelación de ideas que acompañan el surgimiento del cálculo diferencial. En cierto sentido, es un regreso a la matemática del siglo XVIII, después de toda la gran elaboración analítica y formal del XIX.”

En el mismo libro (p. 176, nota 32) se nos dice: “Una singularidad puede considerarse siempre como procedente de un espacio regular E mediante concentración en un punto de una figura global inmersa en este espacio E .”

De todo lo previo se desprenden importantes consecuencias: “Toda esta teoría de la singularidad permite resolver el problema de dar condiciones suficientes para que el germen truncado hasta el orden k sea equivalente, *vía* un cambio de variable, al germen de la función inicial. Es evidente que se trata de algo intelectualmente muy satisfactorio, en cuanto permite reducir localmente un germen, descrito por una serie infinita, a una serie que consta de un número finito de términos; así se da una gran economía de pensamiento: un medio único para describir todas las deformaciones posibles de este germen.” [René Thom, *op. cit.*, p. 32].

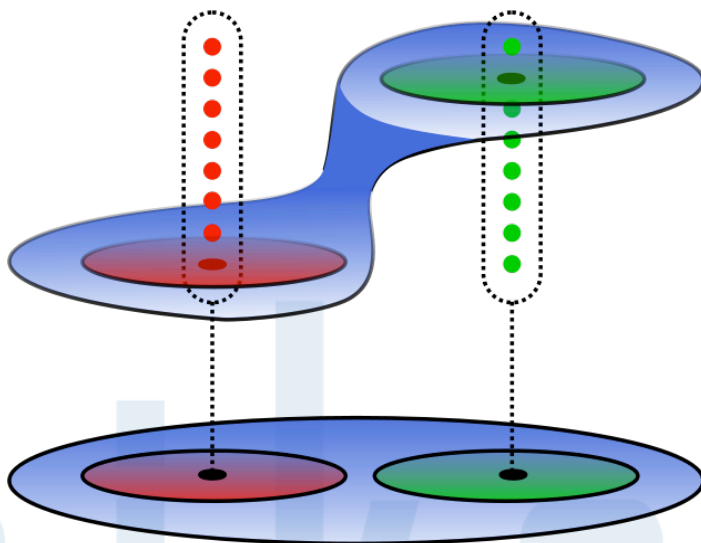
Sobre el concepto ‘germen de una función’, véase René Thom, *op. cit.*, p. 31-32 y, sobre todo, la nota 31 en la página 176.

En cuanto al gráfico ilustrativo, tomamos prestado uno de los varios que circulan por la red informática sin autoría definida.



Por último, en el juego con haces o *sheaves* se tropieza con una operación hermana del Merge chomskyano, que permite combinar estos en elementos superiores:

3) El estudio del pegado o colado de haces (*gluing process for sheaves*)³⁰:



³⁰ Se reproduce aquí uno de los preciosos gráficos divulgativos creados por Leland McInnes y que gozan de predicamento entre la comunidad de matemáticos internautas.

Estas formalizaciones, y algunas otras, se abordan con detalle en dos de los artículos prometidos en la “Advertencia preliminar”, a saber, en *Tipología lingüística e instante cartesiano*, y, sobre todo, en *Merge, Verflechten, Verschmelzen*.

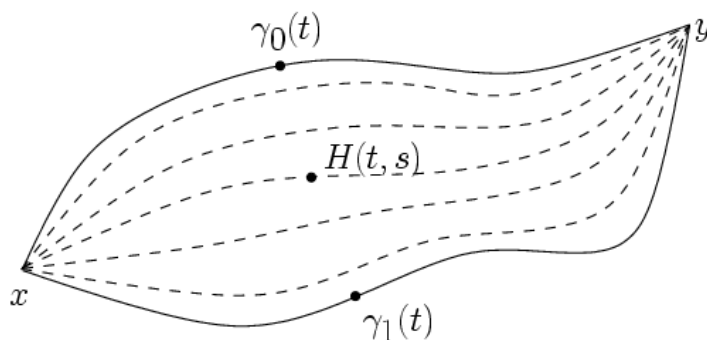
Definición del concepto ‘homotopía’

Se denomina *homotopía* a la relación entre dos aplicaciones continuas $f, g: X \rightarrow Y$ cuando hay otra aplicación, también continua, $H: X \times [0,1] \rightarrow Y$, tal que:

$$H(x, 0) = f(x)$$

$$H(x, 1) = g(x)$$

De manera intuitiva, puede y debe entenderse como una deformación continua de una en la otra, como si de un juego con gomas o plastilina se tratara. En la siguiente figura se presenta un sencillo ejemplo de curvas homotópicas que suele servir de ilustración en numerosos textos sobre la materia:



Se dice que dos curvas son homotópicas en un conjunto si se encuentra una deformación continua de una curva a la otra dejando fijos sus extremos. Aunque resulta técnicamente difícil de probar, en el plano dos curvas cualesquiera resultan ser homotópicas.

Como se puede ver, x e y representan los extremos de dos curvas dadas, donde $\gamma_0(t)$ $\gamma_1(t)$ equivalen al valor de la respectiva función en un punto o, mejor dicho, a la altura de un tiempo t , recorrido por el camino de x a y , mientras que $H(t, s)$ indica la posición en el plano del punto isócrono de una homotopía donde $0 < s < 1$. El trazo discontinuo muestra, por tanto, diversos isocontornos, que llevan de una curva a otra.

En lo que hace a la historia y origen del concepto, es suficiente con reproducir aquí lo que nos enseña una obra de consulta indispensable:

“Por otro lado, Hopf desarrolló profundamente la topología de variedades y sus aplicaciones continuas, probando, junto a otros muchos resultados, la existencia de un número

infinito de aplicaciones continuas de una esfera tridimensional en otra bidimensional, aplicaciones que son esencialmente distintas en el sentido de que no se puede transformar una en otra mediante un cambio continuo. Hopf se convirtió así en el fundador de una nueva dirección, la llamada topología homotópica (homotopía). Recientemente, la topología homotópica, así como la topología combinatoria, han recibido un nuevo y poderoso impulso a raíz de los trabajos de la nueva escuela topológica francesa (Leray, Serre y otros).³¹

No me resisto, a pesar de lo prolijo, y aunque ello incremente el *clinamen* del presente texto, a reproducir otro párrafo del mismo libro y capítulo, pues en él podrá el lector atento leer los derroteros de algunos de nuestros trabajos por publicar en lo referente a una teoría del lenguaje y lingüística general de nuevo cuño y estar sobre aviso de algunas conexiones conceptuales que allí se tejen, por obligada fidelidad al orden de lo descubierto (sea *gramma*, sea *matema*, o lo que fuere; descubrir no implica esencias):

“Como ya hemos dicho anteriormente, las investigaciones de Uryson marcaron el comienzo de las actividades de los matemáticos soviéticos en el campo de la topología. Al principio, abordaron en sus trabajos la teoría de la topología de conjuntos, pero ya al final de los años veinte sus intereses se dirigieron también hacia la topología combinatoria. Esto se produjo de una manera bastante original: a través de la aplicación de métodos combinatorios al estudio de conjuntos cerrados, es decir, a objetos de una naturaleza muy general. Sobre esta base surgió uno de los descubrimientos geométricos más notables del presente siglo: el enunciado y demostración por L.S. Pontriagin de su ley general de dualidad, que establece profundas — y en cierto sentido exhaustivas — relaciones entre la estructura topológica de un conjunto cerrado en un espacio euclídeo n -dimensional y su complementario. En conexión con su ley general de dualidad, Pontriaguin construyó una teoría general de caracteres de los grupos conmutativos, lo cual le condujo a posteriores investigaciones en el dominio de la teoría topológica general y clásica de los grupos continuos de Lie, campo que se ha visto completamente transformado por el trabajo de Pontriaguin. Posteriormente, Pontriaguin y sus discípulos llevaron a cabo una serie de estudios sobre la topología de variedades y sus

³¹ Cf. Pavel Sergueievich Aleksandrov, “Topología”, capítulo 17 de A.D. Aleksandrov, A.N. Kolmogorov, M.A. Laurentiev y otros (eds.), *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid, Alianza Universidad, 1994 (7ª reimpr.), tomo III., §6 (El desarrollo de la topología), p. 261.

aplicaciones continuas (Z.G. Boltianski, M.M. Postnikov y otros). En estos estudios se aplicó un nuevo método, la llamada \overline{V} -homología (cohomología), introducida en la topología combinatoria por A.N. Kolmogorov e, independientemente, por Alexander. Este método, que ahora ocupa el lugar principal en toda la topología homotópica, ha permitido desarrollar la teoría de dualidad de Pontriaguin en la mas diversas direcciones, llevando así a los teoremas de dualidad de A.N. Kolmogorov (y Alexander), P.S. Aleksandrov y K.A. Sitnikov, que forman parte de los resultados más importantes de la topología contemporánea. El mismo método ha encontrado también importantes aplicaciones en trabajos muy recientes de L.A. Liusternik sobre el cálculo de variaciones.”³²

Si la dicotomía chomskiana, de la que enseguida se hablará, entre operaciones gratuitas y aquellas otras sujetas a los rigores de la economía de la derivación puede subsumirse bajo la dualidad de Pontriaguin o alguna de sus derivadas es cosa que dejo a otros estudiosos averiguar. Lo que sí me parece claro, y así lo apunto, es que desde el punto de vista de la estrategia epistemológica, el proceder del lingüista estadounidense recuerda al de Bernhard Riemann cuando, tras haber establecido un dominio de las formas y figuras por recurso a los cortes requeridos para allanar un objeto (lo que correspondería aquí, en sentido más bien inverso, a *Select* y *Merge*), pasaba a considerar un segundo ámbito — con el que el primero estaría íntima y necesariamente conectado — de flujos y cargas, regido este por el principio de Dirichlet, una forma, al cabo, de minimismo energético, ya que no computacional *sensu stricto*.

Vayamos ahora con el tercer lingüista al que en este escrito se ha de atender, el celeberrimo Noam Chomsky. En su controvertida obra *Cartesian Linguistics* no se halla una sola referencia al problema del instante, ni siquiera se menciona el término en las citas del filósofo francés que se reproducen. A pesar de este sorprendente hecho, se encuentran, entre sus escritos enmarcados en el denominado programa minimista, diversos pasajes que permiten

³² Cf. Pavel Sergueievich Aleksandrov, *op. cit.* p. 261-262.

deducir el modo de habérselas con el problema. Considérense, por ejemplo, las siguientes líneas:

“The operations Select and Merge are “costless”; they do not fall within the domain of discussion of convergence and economy. Similarly, we do not have to ask about the effect of illegitimate operations, any more than proof theory is concerned with a sequence of lines that does not satisfy the formal conditions that define “proof”, or a chess-playing algorithm with evaluation of improper moves.”³³

Distingue, pues, Chomsky, entre operaciones gratuitas y otras en las que se debe pagar peaje en forma de tiempo efectivo de computación (y, por tanto, de trabajo y, por ende, aunque no se diga por pudor, dinero)³⁴. ¿En qué consiste ese privilegio casi divino de la gratuidad en el corazón mismo del lenguaje? Precisamente en tener lugar fuera del tiempo, en un instante que no admite medición. En no caer en ese otro reino en que se discute de convergencia y economía, en el que se ven inmersas otras destacadas operaciones de la gramática general, como la misma del movimiento que, no se olvide, la teoría minimista entiende siempre como último recurso. Se trata, en definitiva, de una *gracia* en el sentido originario del término, en preciosa fusión de etimología y teología.

Si bien se mira, Chomsky establece esta dualidad siguiendo el espíritu que llevó a autores contemporáneos y compatriotas de *Sanctius* y Huarte de San Juan (en los que tanta inspiración encontró antaño nuestro lingüista) a establecer, en otra rama del pensar, la distinción entre bienes fungibles y bienes no fungibles — o, si se prefiere, entre perdurables y no perdurables, o, como en botánica, caducos y perennes — sobre la base, precisamente, de la relevancia (o falta de ella) atribuida a la *posición*, vale decir, al *momentum* de la física cartesiana y al sentido guillaumiano que vendrá a adoptar aquella:

“In Spanish scholastic thought, the condition of possibility of sterility and fungibility of money was based on the doctors’ concept of space and time, a concept that involves the

³³ Cf. Noam Chomsky, *op.cit.*, p. 226-227.

³⁴ El asunto admite otros matices y es, sin duda, más complejo de lo que aquí se insinúa y, probablemente, de lo que el propio Chomsky pueda llegar a creer. De hecho, cabe hablar, bajo ciertas circunstancias, de computación de coste nulo, sin esfuerzo ni gasto. Para un tratamiento más detallado del problema emplazamos al lector a aguardar pacientemente hasta la publicación de nuestro texto “Feynman y Chomsky: la computación copia y el teorema de Gelfand-Naimark” (con cualquiera de las sutiles variaciones de título que de aquí hasta entonces pudiera haber).

assertion of the irrelevance of mere position in time and space and, therefore, the irrelevance of the “interval” between economic values and events. Both the axiom of free mobility and the principle of the uniformity of nature were essential to the definition of fungible and non-fungible goods, as they were to the definition of money as a standard measure of value.”³⁵

La lingüística nació con De Saussure como teoría del valor y, como el zorro del que hablaba Nietzsche, ha tratado de esconder sus huellas y ocultar su origen (de modo tanto más irónico cuanto más venía, en otros órdenes, a incorporar la huella misma y a teorizar sobre ella), mas, según el espíritu del adagio latino que tanto significaba para Freud, *Naturam furca expellas, semper redibit*, la verdad acaba por salir a flote o a la luz y por mostrar su rostro. Henos, pues, de nuevo, como al principio, ante el valor y su saber estar en el lenguaje.

De la dicotomía entre ambas clases de operaciones se deriva, por así decir, una lucha entre dos instancias económicas, con criterios distintos cada una:

“There appears to be a conflict between two natural notions of economy: shortest move versus fewest steps in a derivation. If a derivation keeps to shortest moves, it will have more steps; if it reduces the number of steps, it will have longer moves.”³⁶

En efecto, dicho conflicto aparenta ser irresoluble. A pasos más cortos, más cantidad de ellos; a más largos, menos se han de dar. Siempre, claro que la distancia sea constante, la misma, y no se le conceda elasticidad alguna. En verdad, no se trata tanto de una aporía lógica con su deriva físico-matemática, como cualquiera de las célebres de Zenón de Elea, cuanto de

³⁵ Cf. Francisco Gómez Camacho, “Later scholastics: Spanish economic thought in the XVIth and XVIIth centuries”, en el volumen *Ancient and Medieval Economic Ideas and Concepts of Social Justice*, editado por S. Todd Lowry, Barry Lewis y John Gordon, Leiden, Brill, 1998 p. 547. En la teoría monetaria escolástica tardía, el dinero se considera un bien fungible, entendiéndose por ello, tal y como rememora Odd Langholm en *The Aristotelian Analyses of Usury*, Bergen, Universitetsforlaget AS, 1984, p. 117-118, un bien que permanece siempre con valor idéntico a sí mismo, frente a la mutabilidad e inconstancia propia de los no fungibles. Condición de posibilidad de aquél es un tiempo absoluto y homogéneo; la heterogeneidad del tiempo (y del espacio) es requisito para lo no fungible.

La pregunta “¿Dónde encontrar un bien fungible?”, esto es, uno que, sea cual fuere su naturaleza, mantenga su valor invariable en el tiempo, siempre fiel a sí mismo, atormentará también a Adam Smith y David Ricardo al habérselas con el problema de la medida estándar del valor.

Este carácter dual del tiempo según se trate de unos y otros bienes es lo que está, a mi juicio, en juego, de manera subrepticia, en la oposición chomskiana entre “*costless operations*” y toda una “*economy of derivation*”, incluida la más o menos reciente “*derivation by phase*”.

³⁶ Cf. Noam Chomsky, *The minimalist program*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1995, p. 181-182.

la constatación de una dependencia lineal entre dos métricas: maximizar una implica minimizar la otra.

Ahora bien, el simple cómputo de los pasos en la numeración supone una igualdad en el peso de cada movimiento como punto de partida que no parece poderse sostener como carga computacional o procesual constante (pensemos, por ejemplo, acudiendo al ajedrez, en el carácter de evento complejo de un enroque o una conversión de peón en dama).

Chomsky propone una solución a dicha paradoja: substituir como operación transformativa fundamental no el Movimiento (*Move*) sino la orden o comando computacional de formación de cadenas (*Form Chains*). Bien podría haber gritado, como un Moisés a la inversa, “¡júntense caminos!” (*Join Paths*), ya que, a fin de cuentas, se está dando por supuesto un grupo fundamental, en el sentido que el término tiene en topología algebraica, esperando acaso que, no nombrándolo, no vengan de la mano las obligaciones y hasta quebraderos de cabeza que comporta. En verdad, las otras dos opciones que se le vienen a uno a la cabeza son, o bien considerar que el sustrato del lenguaje es un espacio de Hausdorff — lo cual se aviene mal con el hecho indudable de que las más de las veces los resultados de operaciones como *Merge* no obedecen la requerida asociatividad de dicho espacio — o bien, como se propone al final del presente trabajo, introducir un operad de intervalos pequeños (*little intervals operad*). No hará falta decir que esta última es, a mi juicio, la única salida de veras. El propio Chomsky, si mi lectura no me engaña, parece insinuar algo en el sentido apuntado (el de entender que la lucha con la aporía tan lúcida y lúdicamente formulada por Michael Harris pasa por considerar un A_∞ -álgebra subyacente a las operaciones básicas que tejen momentos del instante), en el siguiente párrafo:

“Similarly, in other cases of successive-cyclic movement. There is, then, no conflict between reducing derivations to the shortest number of steps and keeping links minimal (“Shortest Movement” Condition). There are independent reasons to suppose that this is the correct approach: note, for example, that successive-cyclic *wh*-movement of arguments does not treat the intermediate steps as adjunct movement, as it should if it were a succession of applications of Move α .”³⁷

Distingue, además, Chomsky, entre el punto de vista de la representación y el propio de la derivación, entendiendo que pueden darse conflictos entre ambos o, cuando menos, que lo que puede ser una solución para esta resulta una rareza referido a aquella. En el fondo, se

³⁷ Cf. Noam Chomsky, *op.cit.*, p. 182.

trata de una reelaboración de la *repraesentatio* y el *appetitus* de la mónada leibniziana³⁸:

“From a representational point of view, there is something odd about a category that is present but invisible; but from a derivational perspective, as Sam Epstein observes, the result is quite natural, these objects being “fossils” that were maximal (hence visible) at an earlier stage of derivation, targeted by the operation that renders them invisible.”³⁹

Acaso el siguiente esquema sinóptico arroje alguna luz sobre los tres modos en que los lingüistas han querido tratar el indómito instante:

Gustave Guillaume	Instante como duración temporal (tiempo extendido)
Agustín García Calvo	Instante atemporal, (geo-) métricamente articulado en su interior.
Noam Chomsky	Dualidad del instante (heterogeneidad u homogeneidad del tiempo conforme al ser o sustancia de que se trate).

El surgimiento de los *operads*

El término *operad* procede, si el lector no lo sabía, de la fusión o *blending* (al modo en que en inglés *breakfast* y *lunch* dan *brunch*) de los términos *operation* y *monad*. A falta de una solución mejor — dado que “operador” ya está reservado para *operator*, que ninguna de las creaciones que he ido ensayando me convencía, y que, además, no parece que haya atisbo siquiera de propuestas de traducción en la literatura en nuestra lengua que he podido consultar — he optado por conservar el vocablo original, de modo que se hablará, cuando corresponda, de “teoría de *operads*”.

³⁸ En la proposición (§ 2) de su obra de 1714 *Principes de la nature et de la grace fondés en raison* Leibniz había dicho:

“Et par conséquent une monade en elle-même, et dans le moment, ne saurait être discernée d’une autre que par les qualités et actions internes, lesquelles ne peuvent être autre chose que ses *perceptions* (c’est-à-dire les représentations du composé, ou de ce qui est dehors dans le simple), et ses *appétitions* (c’est-à-dire ses tendances d’une perception à l’autre) qui sont les principes du changement. Car la simplicité de la substance n’empêche point la multiplicité des modifications qui se doivent trouver ensemble dans cette même substance simple, et elles doivent consister dans la variété des rapports aux choses qui sont au-dehors. C’est comme dans un *centre* ou point, tout simple qu’il est, se trouvent une infinité d’angles formés par les lignes qui y concourent.”

El *appetitus* es, se dice en otro lugar de sus escritos, *tendentia interna ad mutationem*, fuerza motriz del *progressus perceptionum*. Téngase en cuenta, además, que la *repraesentatio* es, literalmente, una *Vor-stellung*, un poner delante, ante sí, y por adelantado. No se trata de un mero fijar, sino de una captación unificadora que, en su simplicidad, anticipa lo múltiple, esto es, el despliegue en multiplicidad que a sí misma se proporciona, desglosada, si así se me permite decirlo, en espectadora y función teatral que desarrolla el guión que ella misma ha escrito y se ha dado, dentro de una sala acotada que, sin embargo, parece saber de éxitos y fracasos de público y de eco en el mundo.

³⁹ Cf. Noam Chomsky, *op.cit.*, p. 382, note 24.

Ya se ha hecho uso en otros lugares de los operads en lingüística⁴⁰. Sin embargo, hasta donde sabemos, aquí se trata por primera vez de aplicarlos a la comprensión de la instantaneidad de los mecanismos del lenguaje.

El álgebra sobre un operad (aún sin una definición explícita de muchos conceptos) fue introducida en 1963 por Jim Stasheff⁴¹, aunque el término aparecería por primera vez casi una década después en un trabajo de Jon Peter May⁴². Los sistemas creados mediante composición de operads fueron introducidos en 1968 por Murray Gerstenhaber⁴³.

Con los trabajos de Daniel Quillen en adelante, tomando como punto de partida a Alexander Grothendieck, se comenzaron a efectuar generalizaciones del álgebra homológica. Dichas generalizaciones acostumbran a llevar la etiqueta de “álgebra homotópica”. Aquí se cuentan las cuasicategorías (*quasicategories*) de André Joyal, impulsoras de los posteriores desarrollos de Jacob Lurie, que dan, de consuno, en lo que se venido en llamar a veces la “revolución homotópica”.

Debe advertirse, con todo, que Lurie no ofrece una suerte de receta mágica con poderes milagrosos, sino sólo un instrumental encaminado a llegar al corazón de ciertos problemas, que en modo alguno exime de la matemática concreta (a veces muy complicada) que se necesita para llegar a solucionarlos o, cuando menos, para plantearlos de un modo más fructífero que hasta la fecha. Así, por ejemplo, en el denominado programa geométrico de Langlands propuesto por Gérard Laumon resulta complicado efectuar ciertas afirmaciones sin recurrir a dicho lenguaje homotópico.

Allí donde se tienen categorías con, digamos, un buen comportamiento en lo que respecta a la homotopía (con *nice homotopy*, se dice a veces de modo entre entusiasta y sardónico) se vuelve de suma importancia el empleo de una herramienta como los operads⁴⁴, sobre todo de cara a organizar jerarquías de homotopías de orden o grado superior.

⁴⁰ Así, en el grupo de lingüistas computacionales y matemáticos alrededor de Matilde Marcolli en Berkeley se utilizan para representar sinapsis neuronales poliádicas.

⁴¹ Cf. James Dillon Stasheff, “Homotopy associativity of H -spaces. I, II”, *Transactions of the American Mathematical Society*, 108, 1963, p. 275–292, 293–312.

⁴² Cf. Jon Peter May. *The geometry of iterated loop spaces*. Lectures Notes in Mathematics 271, Springer-Verlag, Berlin, 1972.

⁴³ Cf. Murray Gerstenhaber, “On the deformations of rings and algebras, III.”, *Annals of Mathematics*, Second Series, 88., 1, 1968, p.1-34.

⁴⁴ Una primer y conciso acercamiento al tema se lo puede ofrecer al lector el articulito de Jim Stasheff. “What is ... an Operad?”, *Notices of the American Mathematical Society*, 51.6, 2004, p. 630–631, disponible online en <http://www.ams.org/notices/200406/what-is.pdf>.

Los operads pueden verse como una forma de contabilidad que lleva el particular apunte de una familia de funciones componibles de n variables para diversos n , de la cual el operad es abstracción. Desde un punto de vista cronológico, la teoría de operads afrontó los problemas ligados a la paradoja aquí presentada mucho antes de que Lurie comenzara a desarrollar sus instrumentos de análisis.

Para lo que aquí nos concierne resultan, sin duda, del mayor interés los denominados, con gracioso tino, “*little something*” operads y, en especial, entre ellos, el que se conoce como *little n -discs operad*. Se trata, en este último caso, de un operad topológico definido en términos de configuraciones de discos n -dimensionales disjuntos en el interior de un n -disco unidad con centro en el origen de \mathbf{R}^n . Puede el lector, si le resulta útil, servirse de la imagen de una rodaja de mortadela, con numerosas lonchas de menor tamaño dentro de ella, para hacerse cargo de la naturaleza del operad en cuestión.⁴⁵

Una muestra: composición operádica en el operad de dos discos⁴⁶

Bastará con fijarse en los operads de dos pequeños discos (*little 2-discs operads*) D_2 , ya que, entendiendo cómo funcionan, se pueden comprender también sin dificultad, por simple generalización, los enunciados relativos a un número superior de dimensiones, o a los operads que juegan con pequeños cubos en lugar de con discos.

71

DICIEMBRE
2015

Considérese el disco:

⁴⁵ Otro modo en que se acostumbra a visualizar los operads es como una caja negra a la que confluyen varios hilos o cables de distinta procedencia, y de la que sólo sale uno, pudiendo repetirse esa lógica recurrentemente, conforme a una secuencia y jerarquía dada, con ocasionales cruces que vendrían a representar las permutaciones efectuadas en el *input* o aducto. Tal es el enfoque, por ejemplo, que John Carlos Baez da a su útil reseña del libro *Operads in algebra, topology and physics* de Martin Markl, Steve Schnider y Jim Stasheff (Mathematical Surveys and Monographs 96. American Mathematical Society, Providence, 2002) en <http://math.ucr.edu/home/baez/operad.pdf>. Nos limitamos, en el presente escrito, por mor de la simplicidad, a la imaginaria de los discos o rodajas.

Si en lugar de componer discos, se tomase como operación básica morder de modo circular e iterativo el plano, daríamos, antes o después, en las “lonchas de queso de Appenzell fractal” y las “lonchas de queso de Emmenthal fractal” con agujeros redondos aleatorios, estructuras de dimensión no entera que se muestran y discuten en Benoît Mandelbrot *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*, Barcelona, Tusquets, 2006 (6ªed.), p. 78-81.

⁴⁶ Esta sección no tendría la forma presente sin la impagable ayuda de Najib Idrissi, doctorando en matemáticas de la Universidad de Lille. Quede expresa aquí mi gratitud. Ni que decir tiene que los hipotéticos errores son de mi exclusiva responsabilidad.

$$D^2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

como disco unidad en \mathbb{R}^2 . Una operación $c \in D_2(r)$ con aridad r es una colección (c_1, \dots, c_r) , en la que cada c_i es una incrustación o encaje (*embedding*) $c_i: D^2 \hookrightarrow D^2$ de la forma

$$c_i(x, y) = (x_i + \lambda_i x, y_i + \lambda_i y),$$

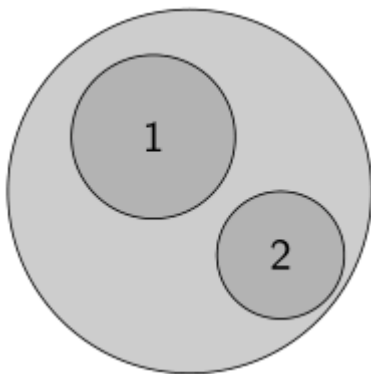
donde $(x_i, y_i) \in D^2$, y $\lambda > 0$ es lo suficientemente pequeño para que $c_i(D^2) \subset D^2$. En tales casos se habla de un encaje rectilíneo.

Además, en el caso de que $i \neq j$, se exige que la imagen $\text{int}(D^2)$ del interior de D^2 por c_i y c_j sean disjuntas, es decir, que:

$$c_i(\text{int}(D^2)) \cap c_j(\text{int}(D^2)) = \emptyset;$$

esto equivale a $d((x_i, y_i), (x_j, y_j)) \geq \lambda_i + \lambda_j$.

La mejor manera de representar un elemento de $D_2(r)$ es como se ilustra a continuación:



Se tiene, pues, un elemento de $D_2(2)$.

Hay dos incrustaciones o encajes (*embeddings*) $c_1, c_2: D^2 \rightarrow D^2$, tal y como se muestran en el disco unidad de la figura precedente. A partir de dicha imagen puede restituirse el encaje, dado que este depende tan sólo del centro del disco y de su radio.

¿Cómo ha de entenderse entonces la composición de operads? Supongamos que se tiene $c \in D_2(r)$, y $d^1 \in D_2(k_1), \dots, d^r \in D_2(k_r)$, y se quiere computar $c(d^1, \dots, d^r)$. Escribimos $c = (c_1, \dots, c_r)$ y $d_i = (d^i_1, \dots, d^i_{k_i})$ (donde c_i y d^i_j son encajes rectilíneos $D^2 \rightarrow D^2$ que satisfacen las condiciones acerca de la disjunción de interiores). Lo que sucede entonces es que $c_i \circ d^i_j$ es nuevamente un encaje rectilíneo $D^2 \rightarrow D^2$. Además, dado que $d^i_j(\text{int}(D^2)) \cap d^k_k(\text{int}(D^2)) = \emptyset$

para $j \neq k$, resulta que siguen siendo disjuntos si están compuestos por c_i . Y como $c_i(\text{int}(D^2)) \cap c_{i'}(\text{int}(D^2)) = \emptyset$ para $i \neq i'$, las imágenes del interior de $c_i \circ d_j^i(\text{int}(D^2)) \cap c_{i'} \circ d_{j'}^{i'}(\text{int}(D^2)) = \emptyset$. Se llega, finalmente, a una secuencia de incrustaciones o encajes rectilíneos $D^2 \rightarrow D^2$.

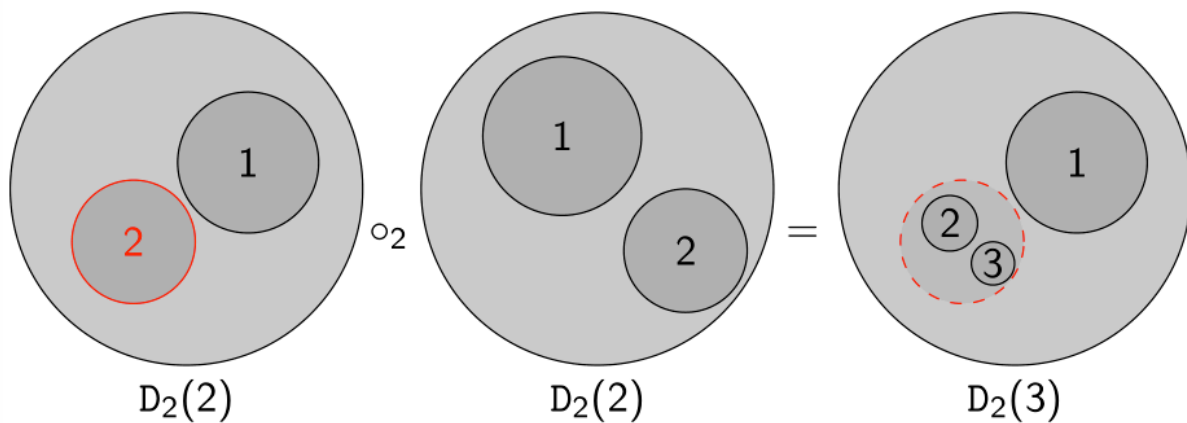
$$(c_1 \circ d^1_1, \dots, c_1 \circ d^1_{k_1}, c_2 \circ d^2_1, \dots, \dots, c_r \circ d^r_{k_r})$$

que satisface las condiciones sobre las imágenes del interior. Dicho de otra manera, es un elemento de $D_2(k_1 + \dots + k_r)$, y definimos $c(d^1, \dots, d^r)$ como siendo ese elemento. Se certifica entonces que se satisfacen los axiomas del operad.

La mejor manera de pensar en operads es hacerlo en términos de *composiciones parciales*. Considérese el elemento especial $1 = (\text{id}) \in D_2(1)$ (esta es la identidad de D^2 , que es un encaje rectilíneo, de modo que define un elemento de D_2). Entonces, si $c \in D_2(n)$ y $d \in D_2(m)$, se define

$$c \circ_i d = c(1, \dots, 1, \underbrace{d}_i, 1, \dots, 1)$$

En el fondo, lo que se hace es “enchufar” la operación d en la i -ésima posición, y la identidad en el resto de posiciones. De esta manera, la composición en D_2 tiene el siguiente aspecto:



La idea detrás del operad de n -discos o n -discs operad consiste, pues, en concebir a todo elemento de $P(n)$ como una disposición de n discos dentro del disco unidad. El elemento neutro viene dado por el disco unidad como sub-disco de sí mismo. Por su parte, las diversas disposiciones pueden componerse, como se ha tenido ocasión de comprobar, reduciendo a escala el disco unidad hasta el disco que corresponde al hueco en la composición, e insertando ahí los contenidos reducidos.