Wittgenstein et l'infini. Le dépassement de la métaphysique par l'analyse langagière de la logique

Wawrzyn Warkocki. (Université Toulouse - Jean Jaurès / Bergische Universität Wuppertal)

En parodiant le titre du célèbre article de Carnap “Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage” (1932), nous essayerons de mettre en évidence la stratégie que met en œuvre Wittgenstein pour dépasser la métaphysique, c'est-à-dire la philosophie. Bien que déjà Carnap, armé de ses outils logiques modernes, se présente particulièrement sévère à l'égard de toute proposition métaphysique, en récusant sa prétention au savoir et à l'intelligibilité − elle n'est ni vraie ni fausse, mais pur non-sens (*sinnlos*), infraction aux règles syntaxiques et logiques[1] −, Wittgenstein semble être encore plus radical − mais d'une toute autre manière. Certes, le Wittgenstein du *Tractatus* rejette la métaphysique et son prétendu “au-delà” des sciences empiriques : car elle ne désigne rien. Avoir du sens, c'est précisément représenter le monde − ce qui est comme ce qui n'est pas; toutes les autres propositions sont dénuées de sens (*sinnlos*), y compris celles de la logique mathématique. Carnap ne reconnait pas dans le *Tractatus*, texte clé pour le mouvement du positivisme logique, la réfutation de sa propre discipline : la logique mathématique. La philosophie scientifique est une *contradictio in adiecto*. La philosophie tout court tend à se dissoudre dans de faux problèmes, qu'elle considère à tort comme profonds. Un des points communs entre Wittgenstein et Heidegger est cette identification − si hâtive qu'elle puisse paraître − de la philosophie à la métaphysique; identification qui n'a pas le même sens mais qui recèle d'une certaine façon le même projet : se débarrasser d'une philosophie pernicieuse ou nihiliste. Chez eux deux, *mutatis mutandis*, il s'agit plutôt de *Verwindung* (une rémission) consistant en un rejet de la pensée philosophique que d'une *Überwindung* qui reproduirait le geste méta- de la métaphysique.

Le deuxième Wittgenstein élabore une philosophie originale qui, si différente qu'elle soit des propos du *Tractatus*, reste en continuité avec sa première philosophie. Il ne s'agit plus maintenant d'une analyse logique du langage comme création de calcul logique idéel, mais de l'analyse grammaticale de nos habitudes langagières, y compris de la logique mathématique. C'est celle-ci, et plus particulièrement le concept d'infini − qui hantait les recherches des fondements des mathématiques pendant la première moitié de XXème siècle −, qui fera l'objet de notre examen. La théorie des ensembles et la logique mathématique représentent une partie importante de la philosophie des mathématiques et la moitié des notes de la deuxième période de Wittgenstein touche précisément les mathématiques.[2] On pourrait se demander d'où vient

[1] Cf. R. Carnap, « Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage », *in:* J. Laurent, C. Romano, *Le Néant. Contribution à l'histoire du non-être dans la philosophie occidentale*, pp. 535-560.
[2] Cf. V. Rodych, « Wittgenstein's Philosophy of Mathematics », *in Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2011. http://plato.stanford.edu/entries/wittgenstein-mathematics/

cette attention particulière accordée aux mathématiques de la part de quelqu'un qui cherche à éclaircir la pratique du langage dans sa quotidienneté dans le but de mettre en évidence l'enchevêtrement de différentes formes de la vie. A notre sens, Wittgenstein ne cesse de réfléchir sur la philosophie des mathématiques parce qu'elle dévoile les problèmes philosophiques dans toute leur acuité. De nos jours, les platoniciens et les intuitionnistes ne courent pas les rues, et néanmoins l'opinion commune croit à la nécessité des preuves mathématiques et à l'idéalité de ses objets, découverts et non pas créés. On croit tout autant à l'intuition du mathématicien qui, avant de calculer et de prouver, a un accès quasi divin au champ des vérités mathématiques. Ce n'est qu'en mathématiques que l'existence de quelque chose de vrai et pourtant non prouvé est pensable et prise au sérieux (par exemple les théorèmes de Gödel).

À l'époque sécularisée dans laquelle nous vivons, la philosophie des mathématiques semble être le dernier siège de la vraie métaphysique. C'est le mathématicien qui "crée l'essence"[3] ; de plus : "*Essence is expressed in grammar*"[4]. La grammaire en tant que logique est une sorte de théologie ("*Theology as grammar*"[5]). Il semble que le concept d'infini tel qu'il est exprimé par le formalisme mathématique aille de soi ; or il reste, selon Wittgenstein, chargé de sa signification métaphysique. Pour se débarrasser de la métaphysique ou de la philosophie (pour sortir de la bouteille à mouches[6]), il faut tout d'abord éliminer les problèmes de la logique mathématique.[7] La critique du concept d'infini illustre bien la position de Wittgenstein à l'égard de la philosophie des mathématiques, et plus généralement à l'égard de la philosophie, et qui consiste à essayer de dissoudre les problèmes, lesquels relèvent en grande partie d'une forme de platonisme ou de mentalisme. "*What harm is done e.g. by saying that God knows all irrational numbers? Or: that they are already all there, even though we only know certain of them? Why are these pictures not harmless? For one thing, they hide certain problems.*"[8] Le problème caché ici est le suivant : l'image de l'infini manipulée par la philosophie et les mathématiques nous fait croire à l'existence de ce qu'elle dénote ou, à tout le moins, à la consistance de son sens. Attendu qu'il nous semble qu'aucun philosophe ou scientifique ne croit à l'existence de l'infini actuel dans le monde physique, et que les arguments en faveur de ce refus ont déjà été ingénieusement formulés par Aristote, nous nous proposons ici d'aborder le concept d'infini sous son habit le plus subtil, à savoir l'infini actuel et potentiel comme réalité mathématique.

I

[3] L. Wittgenstein, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, *op. cit.*, Cambridge-London, M.I.T Press, 1967, I, §32.
[4] L. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, Blackwell Publishing, 2009, §371.
[5] *Ibid.*, §373.
[6] « 309. What is your aim in philosophy? - To show the fly the way out of the fly-bottle. », L. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, *op. cit.*, §309.
[7] Cf. L. Wittgenstein, F. Waismann, *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, London-New York, Routledge, 2004, p. 149.
[8] L. Wittgenstein, *Remark...*, *op. cit.*, V 34, p. 185e.

Nous n'avons pas les moyens ici pour retracer, même brièvement, l'histoire de l'idée de l'infini dans ses ramifications pénétrant toute l'histoire de la métaphysique occidentale d'Anaximandre à Kant. Il est utile néanmoins de faire quelques précisions terminologiques concernant le concept d'infini avant de nous concentrer sur Wittgenstein et sa critique. Nous pouvons grossièrement partager les qualifications du concept d'infini en deux, de sorte que l'on obtient d'une part, un faisceau d'adjectifs plutôt négatifs, comme illimité, interminable, immesurable, éternel; et d'autre part, un faisceau d'adjectifs plutôt positifs, comme: complet, entier, universel, unique, absolu, parfait, autonome. Le deuxième concept d'infini pourrait être appelé métaphysique, parce qu'il renvoie à une perfection unique à laquelle il est inconcevable d'ajouter quelque chose de plus. Dans cette tradition s'inscrit une grande suite de philosophes classiques, pour évoquer les plus caractéristiques : Anaximandre, Plotin, les théologiens chrétiens, jusqu'à Spinoza. Ils ont tous conçu l'infini comme principe d'être des étants finis. Le premier faisceau des concepts négatifs renvoie à l'infini que l'on pourrait qualifier mathématique, parce qu'il traduit une intuition mathématique de l'infini, formulé très clairement pour la première fois par Aristote. Ce dernier ne voulait pas accepter l'existence de l'infini métaphysique ou actuel parce cela mène aux paradoxes de l'infiniment petit et de l'infiniment grand, dont les plus connus sont ceux de Zenon. L'infini ne peut être pensé que comme potentiel: “D'une manière générale, l'infini existe en tant qu'il peut toujours être pris quelque chose d'autre et de toujours autre, et que la quantité qu'on prend, bien que toujours finie, n'en est pas moins toujours différente et toujours différente.”[9], et : “Donc l'infini est ce qui peut toujours, en dehors de la quantité qu'on a, fournir quelque chose, qui soit une quantité nouvelle.”[10] Contrairement au concept métaphysique d'infini, l'infini potentiel, c'est ce à quoi on peut toujours ajouter quelque chose de plus. L'*apieron* aristotélicien est un infini qui est pensé sur le modèle du temps, le futur est infini mais n'est pas donné dans un instant *t* déterminé. Il est potentiel mais il ne peut pas s'actualiser pleinement. De la même façon les nombres devraient être conçus: la suite des nombres naturels n'a pas de fin, il est toujours possible d'y ajouter une unité. L'ἄπειρον doit être compris alors au sens littéral du mot, ce qui n'a pas de limites (πέρας), il est dans le vocabulaire aristotélicien intraversible. Après la critique d'Aristote, l'infini métaphysique fut longtemps regardé avec soupçons, au point que Plotin et plus tard la théologie chrétienne ont dû le poser dans la transcendance absolue, au-delà de ce monde-ci qui est un monde des êtres finis par excellence. Ce n'est peut-être qu'à partir de la Renaissance (p.ex. Giordano Bruno, Nicolas de Cues) qu'on a retrouvé le goût d'infini dans ce monde, ainsi les sciences modernes n'ont-elles rien trouvé de problématique dans l'hypothèse de l'espace et du temps infinis.[11] L'infini métaphysique, dont l'essence était censée impliquer l'existence fut sévèrement récusé par Kant par son refus de l'argument ontologique. Laissons cet infini de côté pour nous focaliser sur ce qui nous intéresse le plus: l'infini en tant qu'idée.

[9] Aristote, *Physique*, trad. J. Barthélemy-Saint-Hilaire, III, 6, 206a27–9.
[10] *Ibid.*, III, 6, 207a6–8.
[11] Cf. A.W. Moore, *The Infinite*, London - New York, Routledge, 2001, pp. 63-66.

Nous pouvons bien rejeter l'infini hors du monde, pourtant la question se pose si l'on peut arriver à comprendre l'infini métaphysique ou actuel en tant qu'objet de pensée. Avant Kant, le problème ne se posait pas souvent, peut-être seulement pour les penseurs adhérant à la théologie négative. Déjà pour Descartes l'idée d'infini dans l'esprit humain possède une primordialité par rapport à la certitude de l'existence du monde. Pour Kant néanmoins l'infini joue le rôle d'une idée sans réalité objective, c'est à dire sans objet.[12] L'interstice entre l'expérience et l'idée d'infini provoque des antinomies de la raison. Deux règles de la raison entrent en conflit : l'exigence de la totalité de l'expérience et la règle d'une synthèse successive qui gère l'expérience. L'infini alors n'est jamais donné dans l'expérience, il n'en est qu'un principe régulateur. Selon Kant, l'infini est produit dans l'idée et ne saurait pas même être pensé comme objet non donné dans l'expérience.[13] La notion d'infini n'a donc pas d'objet, elle a néanmoins un but dans l'expérience.

II

Kant n'a pas réussi à repousser complètement l'idée d'infini actuel donné dans l'expérience. Les mathématiciens, surtout ceux d'inspiration platonicienne par rapport à leur domaine, soutiennent que l'on peut bien avoir l'expérience d'infini parce qu'il trouve sa place dans le calcul, et si le calcul consiste en des propositions vraies, pour qu'elles soient vraies elles doivent renvoyer à quelque chose. Avant les développements sur les fondements des mathématiques au XXème siècle, l'acceptation d'infini mathématique potentiel n'était pas considérée comme problématique : l'infini étant la récursivité d'une règle, par exemple +1 dans la suite des nombres naturels, ou le développement décimal du nombre irrationnel. π est un objet mathématique bien défini et son développement décimal est pourtant illimité et non périodique. Les problèmes en mathématiques ont commencé avec l'infini actuel qui a été formalisé avec succès pour la première fois par Cantor dans sa théorie des ensembles. Déjà pour Bolzano et pour Dedekind le concept d'un ensemble infini des objets ne posaient pas de problèmes. Il ne fallait pas restreindre la pensée à l'existence des choses réelles ni au modèle temporel de l'infini potentiel. Bolzano donne même un argument selon lequel il y a au moins un ensemble infini : prenons une proposition vraie : Platon était grec, appelons-la p_1, ensuite il y a une autre proposition vraie, à savoir que p_1 est vrai; et ainsi de suite *ad infinitum*.[14] Dans la version purement logique de Frege l'argument est le suivant: Quoique qu'il existe, il doit y avoir un moins un ensemble vide, c'est-à-dire, un ensemble qui ne comporte pas d'éléments. Il y a alors aussi un autre ensemble dont le seul élément est l'ensemble vide. Il y a donc aussi un autre ensemble dont les éléments sont les ensembles précédents; et ainsi de suite *ad infinitum*.[15] Dedekind va jusqu'au point de postuler que les paradoxes liés à l'infini actuel sont loin d'être pernicieux pour la pensée saine mais ils sont juste un trait caractéristique du vrai

[12] Cf. L. Tengelyi, « Experience and Infinity in Kant and Husserl », *in Tijdschrift voor Filosofie*, n° 68, 2005, p. 486.
[13] *Ibid.*
[14] A.W. Moore, *The Infinite*, *op.cit.*, p. 112.
[15] *Ibid.*, p. 115.

infini. On peut même définir l'ensemble fini d'une façon plus exacte si l'on le fait à partir d'un ensemble infini. C'est-à-dire, ce qui était avant paradoxal, un tout égal à une de ses parties, est une caractéristique de l'ensemble infini; par contre, un tout quantitativement supérieur à chacune de ses parties, constitue une définition d'un ensemble fini. Pour les mathématiciens l'infini actuel ne pose plus de problèmes au niveau de la concevabilité et de la consistance du concept. L'infini actuel trouve sa place dans les mathématiques et avec Cantor, son règne même. Deux citations avant d'essayer de transmettre un peu le "tourbillon" des pensées que provoque la théorie cantorienne des ensembles, selon l'expression de Wittgenstein[16]. Les deux montrent l'espoir et la certitude avec lesquels on s'adonnait au nouveau calcul des infinis. Russel a constaté: "*For over two thousand years the human intellect was baffled by the problem [of infinity]…. A long line of philosophers, from Zeno to M. Bergson, have based much of their metaphysics upon the supposed impossibility of infinite collections…. The definitive solution of the difficulties is due…to Georg Cantor.*"[17] David Hilbert, dans sa phrase célèbre, nous prévient: "*No one shall drive us out of the paradise which Cantor has created for us.*"[18]

La théorie de Cantor est importante dans nos investigations parce qu'elle marque le retour le plus fort de l'infini actuel dans la pensée contemporaine, un retour d'inspiration ouvertement métaphysique.[19] Les motifs derrière l'invention de la théorie des ensembles par Cantor sont religieux ; il croyait que la mathématique, la théologie et la métaphysique s'entrecroisaient profondément et que la mathématique était un langage de la réalité divine.[20] Il va jusqu'à dire que son infini absolu Ω est Dieu tout court.[21] Dans son travail de 1874 Cantor présente sa première preuve de la non dénombrabilité des nombres réels. Au lieu de prouver juste la non dénombrabilité de l'ensemble des nombres réels, il cherchait à prouver l'existence du continuum, c'est-à-dire, à prouver qu'à chaque nombre réel (qui peut être représenté par un développement décimal infini) correspond un point réel sur le segment d'une droite, en d'autres termes, que sur une droite il n'y a pas de "trous".[22] Par conséquent, il soutenait que l'infini du continuum était donné dans l'expérience.[23]

[16] « If you can show that there are numbers bigger than the infinite, your head whirls. This might be the chief reason [set theory] was invented. », L. Wittgenstein , *Lectures on the Foundations of Mathematics*, Hassocks, The Harvester Press Limited, 1976, p.16.
[17] B. Russell, *Our Knowledge of External World*, London, George Allen & Unwin Ltd Ruskin House, 1914 p. 169.
[18] D. Hilbert, "On the Infinite", *in:* P. Benacerraf, H. Putnam (ed.) *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, London-New York, Cambridge University Press, 1983, p. 191.
[19] Cf. L. Tengelyi, « Experience and Infinity in Kant and Husserl », *op.cit.*, p. 499.
[20] Cf. J. Ferreirós, « The Motives behind Cantor's Set Theory – Physical, Biological, and Philosophical Questions », *in Science in Context*, n° 17, 2004, p. 62.
[21] J.W. Dauben, « The Battle for Cantorian Set Theory », *in* Kinyon, Michael and van Brummelen, Glen (ed.), *Mathematics and the Historian's Craft : the Kenneth O. May Lectures*, New York, Springer, 2005, pp. 230-231.
[22] *Ibid.*, pp. 225-227.
[23] Cf. A. Kanamori, « The Mathematical Development of Set Theory from Cantor to Cohen », *in The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 2, 1996, p. 1-71.

Par sa preuve de la non dénombrabilité de l'ensemble des nombres réels, Cantor prouve la puissance d'un ensemble plus grand que la puissance d'un ensemble des nombres naturels, c'est-à-dire, un infini plus grand que l'infini. Cela nous servira plus tard dans la discussion avec Wittgenstein, donc sans entrer dans les détails techniques, il faut élucider un peu comment Cantor l'a fait. La puissance d'un ensemble est une quantité des ses éléments. La puissance est définie par bijection, c'est-à-dire, par la correspondance biunivoque (un à un) entre un ensemble et l'ensemble des nombres naturels. Par conséquent, la puissance de chaque ensemble fini est tout simplement le nombre naturel désignant la quantité de ses éléments. La puissance de l'ensemble (autrement dit, le nombre cardinal) des nombres naturels est désigné par la lettre hébraïque $\aleph_0$. $\aleph_0$ est en même temps le nombre cardinal infini le plus petit. La question que se posait Cantor était la suivante : est-il possible d'établir une bijection entre l'ensemble des nombres naturels et l'ensemble des nombres réels, en d'autres termes, est-il possible de compter les nombres réels. Par sa preuve diagonale, il a prouvé que non. Soit une liste infinie énumérant tous les nombres réels dont le développement décimal est aussi infini. Il est toujours possible de construire un nombre réel par une substitution conséquente des places suivantes dans chaque nombre réel énuméré, de sorte qu'on obtient un nouveau nombre réel qui n'est pas sur la liste. L'hypothèse alors d'énumération de l'ensemble des nombres réels mène à la contradiction. D'où, par une preuve indirecte, la conclusion que l'ensemble des nombres réels n'est pas dénombrable, alors la puissance de cet ensemble est plus grande que la puissance de l'ensemble des nombres naturels. La puissance de l'ensemble des nombres réels est désigné par $\aleph_1$ et est une puissance du continuum. Cantor qui dans sa quête mathématique du vrai infini a considéré l'infini potentiel comme un faux infini[24], ne se contentait pas de la découverte de l'infini plus grand que l'infini des nombres naturels. Le théorème de Cantor prouve que la cardinalité d'un ensemble est toujours inférieure à la cardinalité de l'ensemble des toutes ses parties (c'est-à-dire, de tous ses sous-ensembles). Ainsi Cantor constitue-t-il une hiérarchie infinie d'ensembles infinis en termes de cardinalité. Le point d'aboutissement de cette hiérarchie ou la hiérarchie elle-même devrait être Ω sous-mentionné (en termes d'ordinalité) ou ת (en termes de cardinalité), alors Dieu lui-même. Pourtant, l'ensemble Ω est pensé comme l'ensemble des tous les ensembles, alors cela tombe dans le même paradoxe que le paradoxe de Russell. Cantor le désigne comme l'infini absolu ou comme la totalité inconsistante.

III

Dès que Cantor a présenté ses preuves de l'existence des infinis de différents degrés, c'est-à-dire de différentes cardinalités, et que sa théorie a été ensuite axiomatisé et a commencé à jouer le rôle de fondement des mathématiques, il a semblé que personne ne nous chasserait de ce paradis d'infinis infiniment infinis. Le débat fascinant autour de la fondation des mathématiques de la première moitié de XXème siècle nous montre que prouver en

[24] A.W. Moore, *The Infinite*, *op.cit.*, p. 117.

mathématiques ne veut pas forcément dire la même chose pour tous les mathématiciens, surtout pour ceux avec une inclination philosophique anti-platonicienne, comme Wittgenstein par exemple. Il constate par rapport à l'espoir de Hilbert: "*I would say, 'I wouldn't dream of trying to drive anyone from this paradise.' I would do something quite different : I would try to show you that it is not a paradise − so that you'll leave of your own accord.*"[25], et encore: "*Imagine set theory's having been invented by a satirist as a kind of parody on mathematics.− Later a reasonable meaning was seen in it and it was incorporated into mathematics. (For if one person can see it as a paradise of mathematicians, why should not another see it as a joke?)*"[26] Wittgenstein est encore plus sévère, il appelle la théorie cantorienne des transfinis "*utter nonsense*"[27], "*wrong*"[28], "*laughable*"[29]. Comment justifie-t-il une telle approche à une théorie mathématique axiomatisée et bien fondée ? Tout d'abord, il a une vision radicalement différente de la pratique mathématique que ses contemporains mathématiciens et logiciens, comme Frege, Cantor, Russell, Hilbert et même Brouwer. Il soutient un certain formalisme dès la période du *Tractatus* qui s'exprime par le fait que, pour lui, il n'y a pas des propositions mathématiques au sens strict, parce qu'une proposition renvoie (p.ex. des sciences empiriques) à ce qui peut la rendre vraie ou fausse. Pour Wittgenstein, il n'y a pas de distinction entre la sémantique et la syntaxe en mathématiques, tout est syntaxe.[30] Le symbolisme mathématique n'a pas de signification (*Bedeutung*), il ne revoie à rien. "*Mathematics is always a machine, a calculus... and [a] calculus is an abacus, a calculator, a calculating machine; it works by means of strokes, numerals, etc.*"[31], "*Let's remember that in mathematics, the signs themselves do mathematics, they don't describe it. ... You can't write mathematics, you can only do it.*"[32] L'arithmétique est une sorte de géométrie généralisée dont le but est la construction des preuves.[33] La preuve ne découvre pas pourtant les propriétés internes ou l'essence des structures mathématiques, elle est une image figée d'une expérimentation.[34] Ce qu'une preuve prouve, le résultat, donne l'impression qu'elle le prouve nécessairement. Elle le fait parce que le résultat est la preuve ne sont qu'une chose, le résultat vient juste à la fin de la preuve.[35] On dirait peut-être "mécaniquement". C'est une règle du jeu mathématique que l'on ne doute pas de ses preuves, et ce n'est par parce qu'on n'est pas suffisamment sceptique, mais parce que douter ici n'a pas de sens. Ainsi, dans certaines propositions empiriques: "*We know, with the same certainty with which we believe any mathematical proposition, how the letters A and B are pronounced, what the colour of human*

[25] L. Wittgenstein, *Lectures on the Foundations of Mathematics*, *op.cit.*, p. 103.
[26] L. Wittgenstein, *Remarks..., op.cit.*, IV §7.
[27] Cf. L. Wittgenstein, *Philosophical Remarks*, Chicago, The University of Chicago Press, 1975, §145, §174. L. Wittgenstein, F. Waismann (ed.), *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, *op. cit.*, p.102. L. Wittgenstein, *Philosophical Grammar*, Oxford, Blackwell Publishing, 2004, p. 464, p. 470.
[28] L. Wittgenstein, *Philosophical Remarks*, *op.cit.*, §174.
[29] L. Wittgenstein, *Philosophical Grammar*, *op.cit.*, p. 464.
[30] Cf. V. Rodych, « Wittgenstein's Philosophy of Mathematics », *op. cit.*
[31] L. Wittgenstein, F. Waismann, *Wittgenstein and the Vienna Circle*, *op.cit.*, p. 106.
[32] L. Wittgenstein, *Philosophical Remarks*, *op.cit.*, § 157.
[33] Cf. *Ibid.*, §109.
[34] Cf. L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, I §36.
[35] Cf. *Ibid.*, I §82.

blood is called, that other human beings have blood and call it "blood"."[36] La propositon mathématique est une proposition empirique "*hardened to a rule.*"[37] La mathématique est une invention purement humaine: "*The mathematician creates essence.*"[38] Ce point de vue rapproche Wittgenstein de celui des intuitionnistes. Néanmoins la différence tranchante entre eux consiste dans le statut donné aux propositions mathématiques indécidables. Pour Wittgenstein, cela n'a pas de sens de dire qu'il y a une proposition mathématique p qui n'est pas décidable, parce que cela veut dire que p ne serait proposition d'aucun calcul des mathématiques. Et être une partie du calcul est justement un trait définitionnel d'une proposition mathématique. Une proposition p peut être soit vraie, ce qui veut dire que p est prouvé; soit fausse, ce qui veut dire que $\sim p$ est prouvé; soit non prouvée mais décidable, ce qui veut dire que l'on est en possession d'une procédure connue d'un calcul mathématique pour décider de la vérité de p. Eu égard à ce qui vient d'être dit, du point de vue de Wittgenstein, les théorèmes d'incomplétude de Gödel ne marchent tout simplement pas. Soit ils prouvent une proposition vraie non prouvable dans un calcul mathématique, ce qui est une contradiction dans les termes, soit ils montrent l'inconsistance d'un calcul, ce qui veut dire qu'il est contradictoire. Contrairement à la grande majorité des logiciens, Wittgenstein ne répugne pas à une contradiction dans un calcul mathématique.[39]

Tout cela est important pour comprendre le statut de l'infini chez Wittgenstein. La mathématique, pour lui, ne comporte que des intentions et des extensions; les extensions étant: les symboles, les ensembles finis, les séquences finies des symboles, les propositions, les axiomes; les intentions étant: les règles d'inférence et de transformation, les nombres irrationnels qui sont aussi des règles.[40] Étant donné qu'une extension des symboles est par définition finie, il n'y a pas de listes infinies étendues dans l'espace, "l'infini mathématique" ne peut être compris qu'à partir des règles récursives. "*Infinity is the property of a law, not of its extension.*"[41] Wittgenstein n'accepterait pas une quantification sur un ensemble infini, par exemple, des nombres naturels, parce qu'un ensemble est une liste, et qu'il n'est pas possible de construire une liste infinie des nombres naturels. De ce point de vue, il est tout à fait insensé de prouver une cardinalité plus grande que $\aleph_0$, parce que même cet ensemble est inconstructible, l'ensemble des nombres naturels n'existe pas. Les nombres naturels sont un développement d'une règle récursive +1. De même, selon Wittgenstein, la preuve diagonale de Cantor loin de prouver quelque chose plus grand que l'infini, prouve juste que l'on peut toujours construire un nombre réel qui manque sur la liste. Toute la théorie de Cantor s'avère à ses yeux injustifiée et inutile. Elle n'a de sens que comme calcul, mais elle est inapplicable, Wittgenstein se demande pourtant : "*But how is it possible to have a concept and not be clear*

[36] L. Wittgenstein, *On Certainty*, Oxford, Basil Blackwell, 1969, §340.
[37] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, VI, §23.
[38] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, I, §32.
[39] Cf. G. Priest, « Wittgenstein's Remarks on Gödel's Theorem », *in* M. Kolbel, B. Weiss (ed.), *Wittgenstein's Lasting Significance*, London-New York, Routledge, 2004, p. 215.
[40] Cf. V. Rodych, « Wittgenstein's Philosophy of Mathematics », *op.cit.*
[41] L. Wittgenstein, A. Ambrose (ed.), *Wittgenstein's Lectures. Cambridge 1930-32*, New York, Prometheus Books, 2001, p. 13.

about its application ?”[42] Wittgenstein s'engage dans une direction quasi-pragmatique dans la compréhension des mathématiques, le calcul perd son sens lorsqu'il n'est pas possible de lui assigner une application.

“*"Ought the word 'infinite' to be avoided in mathematics?" Yes; where it appears to confer a meaning upon the calculus; instead of getting one from it.*”[43] Les mots en mathématiques sont dangereux, parce qu'ils ajoutent au calcul ce que Wittgenstein appelle la prose, en détournant ce que le calcul montre. Il y a ici une vielle distinction du *Tractatus* : ce qui se laisse dire et ce qui se montre[44]. Les preuves en mathématiques montrent et ce qu'ajoute la logique n'est qu'une prose quotidienne/courante : “*It is very important to distinguish as strictly as possible between the calculus and this kind of prose. Once people have become clear about this distinction, all these questions, such as those about consistency, independence, etc., will be removed.*”[45] Un autre exemple de ce genre de prose: “*There are infinitely many numbers.*”.[46] Il appelle application de la logique aux mathématiques comme pernicieuse: “*The disastrous invasion" of mathematics by logic.*”[47], parce qu'au lieu de compter ou d'utiliser le calcul mathématique, on cherche son sens, on fait de la philosophie là-dessus. La mathématique prend soin d'elle-même[48], elle n'a pas besoin du philosophe-logicien.

Comme nous avons dit, l'utilisation mathématique de l'infini ne peut être que récursive. Wittgenstein semble adopter une position aristotélicienne qui n'accepte que l'infini possible. Wittgenstein lui-même dit qu'une règle montre “une possibilité infinie”[49]. Il faut être ici toutefois très prudent. Aristote nous a déjà averti de ne pas traiter l'infini possible comme ce qui se sera actualisé.[50] C'est le point crucial, il faut détacher le possible de son image courante : “*It is one of the most deep rooted mistakes of philosophy to see possibility as a shadow of reality.*”[51] La possibilité comprise de cette façon reste un certain platonisme *in re*, un peu plus subtile, parce qu'on ne prétend plus qu'une proposition renvoie à un objet idéel, mais qu'une règle enveloppe en soi tout son usage futur. De ce point de vue, le nombre π contient en soi tout son développement décimal, et on n'est juste pas capable de le faire à cause de la finitude humaine. Théoriquement il serait possible de connaitre π dans sa totalité, ce que par exemple, l'intelligence divine saurait faire. Wittgenstein congédie cette image dangereuse. La possibilité est une possibilité uniquement du symbolisme mathématique, de

[42] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, IV, §7.
[43] *Ibid.*, I, §17.
[44] Cf. M. Marion, *Wittgenstein, Finitism and the Foundation of Mathematics*, New York, Oxford University Press, 1998, p. 5.
[45] L. Wittgenstein, F. Waismann, *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, *op.cit.*, p. 149.
[46] *Ibid.*, p. 137.
[47] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, IV, §24.
[48] Cf. *Ibid.*, II, §4.
[49] Cf. M. Marion, *Wittgenstein...*, *op.cit.*, pp. 181-182.
[50] ‘Mais quand on dit en puissance, on ne doit pas prendre cette expression dans le sens où l'on dit, par exemple, que, si telle matière peut devenir une statue, cette matière sera effectivement une statue; et l'on ne doit pas croire qu'il y a de même un infini qui puisse exister actuellement.’ (Aristote, *Physique*, III, 6, 206a18–21).
[51] L. Wittgenstein, *Philosophical Grammar*, *op.cit.*, p.283.

'...' à la fin d'une formule. La possibilité n'est qu'un ordre d'une règle à effectuer le pas suivant de l'itération. Même Dieu doit compter pour connaitre une partie de π :

> *I want to say: Even God can determine something mathematical only by mathematics. Even for him the mere rule of expansion cannot decide anything that it does not decide for us. We might put it like this: if the rule for the expansion has been given us, a calculation can tell us that there is a '2' at the fifth place. Could God have known this, without the calculation, purely from the rule of expansion? I want to say: No.*[52]

Par conséquent, le développement d'une règle n'est pas contenu à l'avance dans la règle. Il faut compter pour savoir ce qui va arriver; on trouve là encore un aveu de son constructivisme et du finitisme : "*However queer it sounds, the further expansion of an irrational number is a further expansion of mathematics.*"[53]

Qu'est-ce que veut pourtant dire, suivre une règle ? Une partie importante de la pensée tardive de Wittgenstein est centrée sur cette question. On a beau avoir répudié le platonisme *ante rem* de la référence et le platonisme *in re* de l'inhérence, il reste le péril de comprendre la règle récursive de la construction, comme un chemin nécessaire à suivre. Dans ce sens le développement décimal de π n'est pas déterminé en avance, mais en arrivant à chaque nombre suivant de ce développement, on le fait univoquement par nécessité. Comment pouvons-nous être forcés à le faire ? Nous l'avons déjà mentionné, le jeu des mathématiques consiste à ne pas douter de ses preuves bien effectuées. Mais quel est le critère pour bien suivre la règle sinon d'obtenir ce qu'on attend comme le résultat de cette règle ? Il y a ici alors une justification circulaire. Si on prend au sérieux les investigations de Wittgenstein sur le problème de la règle, il s'avère que ce qui désigne la règle n'est aucunement présent en avance, ni intuitivement appréhendé. La suite 1, 2, 3, 4... ne contient en aucun sens 5 : ce n'est que par la pratique que l'on peut mettre 5 à cette place, pratique qui n'est jamais solitaire (de même qu'un langage privé est impossible) : "*It is not possible that there should have been only one occasion on which only one person followed a rule. It is not possible that there should have been only one occasion on which a report was made, an order given or understood, and so on. − To follow a rule, to make a report, to give an order, to play a game of chess, are customs (usages, institutions).*"[54] En définitive, il semble que le fait de se conformer à une règle ne soit justifié par autre chose que la simple décision de le faire[55] ; mais il s'agit là d'une décision très particulière, aveugle et involontaire : "*When I obey the rule I do not choose. I obey the rule blindly.*"[56] Il faut cependant se garder de comprendre le choix sans raison (*ohne Grund*) de l'emploi de la règle comme une interprétation volontaire de celle-ci. Wittgenstein dit : "*However many rules you give me − I give a rule which justifies my employment of your rules.*"[57] Cela veut dire que je choisis, non pas une compréhension de la

---

[52] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, V, §34.
[53] *Ibid.*, IV, §9.
[54] Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, *op.cit.*, §199.
[55] Cf. *Ibid.*, §186.
[56] *Ibid.*, §219.
[57] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, I, §113.

règle donnée, mais une compréhension de ce que suivre une règle veut dire. En d'autres termes, l'interprétation présuppose une façon de comprendre la règle qui ne soit pas une interprétation[58] ; car "*every interpretation hangs in the air together with what it interprets, and cannot give it any support. Interpretations by themselves do not determine meaning.*"[59]

Nous avons essayé de montrer que, dans la perspective wittgensteinienne, le concept d'infini ne perd jamais véritablement sa teneur métaphysique, bien qu'il accède au champ axiomatique des mathématiques. Selon Wittgenstein, il y a une grammaire du monde, mais cette grammaire n'est qu'une grammaire de notre langage et notre langage n'est que notre "être-au-monde", la praxis de la vie humaine. Il ne faut pas commettre ici la faute du transcendantalisme : la grammaire ne rend pas les formes de la vie possibles. Les jeux multiples du langage ne sont pas gérés par des règles. Les règles elles-mêmes font partie du jeu. Pour Wittgenstein, il y a pourtant de faux problèmes et sans doute, l'un d'entre eux est celui d'infini. Il faut faire attention à la philosophie et à son platonisme inhérent : le platonisme est un simple truisme, "*mere truism*"[60], c'est l'image qui consiste en une infinité de mondes ombreux (*shadowy worlds*)[61], qui manque en soi d'utilité, parce qu'il n'explique rien et nous trompe à chaque pas.[62] De toutes les dénommées idées d'infini retracées ci-dessus, aucune ne supporte la critique de Wittgenstein, parce que chacune s'avère métaphysique : l'infini du monde physique, l'infini théologique, l'infini de la théologie négative, l'infini actuel mathématique qui est une sorte de platonisme en mathématique, l'infini potentiel mathématique en tant qu'inhérent dans une règle, l'infini potentiel mathématique qui est une espèce de *perpetum mobile* d'une règle à la production infinie mais non préétablie, et à la fin, l'infini comme principe régulateur ou l'infini comme transcendance. Si c'est un fait bien reconnu par certains philosophes que la totalité de l'expérience est une illusion transcendantale, il faut se demander si l'ouverture de l'expérience à l'infini à jamais inépuisable, comme c'est le cas dans la phénoménologie contemporaine, n'est pas une autre forme de l'illusion transcendantale. Enfin, le transcendantalisme ne serait-il pas encore une sorte d'illusion transcendantale? Certes, on n'est pas clos, toujours ouvert au nouveau, et le monde n'est pas figé ; mais, comme dit Wittgenstein: "*there is nothing queer about it*."[63] Et néanmoins il n'incombe à la phénoménologie aucune tâche soi-disant infinie ; dégagée des préjugés métaphysiques, elle comprend, à tort mais "naturellement"[64], ce qui n'est pas limité comme illimité, c'est-à-dire comme "une longueur qui va au-delà de toutes les longueurs"[65] Toutefois, l'illimité est tout simplement ce qui n'a pas de fin, ce à quoi l'institution de la fin

[58] Cf. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, *op.cit.*, §201.
[59] *Ibid.*, §198.
[60] L. Wittgenstein , *Lectures on the Foundations of Mathematics*, *op.cit.*, p.239.
[61] Cf. *Ibid.*, p.145.
[62] Cf. V. Rodych, « Wittgenstein's Philosophy of Mathematics », *op.cit.*
[63] Cf. L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, I, §126.
[64] N'a-t-elle pas suffisamment mis entre parenthèses l'attitude naturelle ?
[65] Cf. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, *op.cit.*, §209.

fait défaut : "*To say that a technique is unlimited does not mean that it goes on without ever stopping-that it increases immeasurably; but that it lacks the institution of the end, that it is not finished off. As one can say of a sentence that it is not finished off if it has no period.*"[66] [67]

Bibliographie :

Œuvres de Wittgenstein :

Wittgenstein, Ludwig, *Lectures on the Foundations of Mathematics*, Hassocks, The Harvester Press Limited, 1976.
Wittgenstein, Ludwig, *On Certainty*, Oxford, Basil Blackwell, 1969.
Wittgenstein Ludwig, *Philosophical Grammar*, Oxford, Blackwell Publishing, 2004.
Wittgenstein, Ludwig, *Philosophical Investigations*, Blackwell Publishing, 2009.
Wittgenstein, Ludwig, *Philosophical Remarks*, Chicago, The University of Chicago Press, 1975.
Wittgenstein, Ludwig, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, Cambridge-London, M.I.T Press, 1967.
Wittgenstein, Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus*, Paris, Gallimard, 1993.
Wittgenstein, Ludwig, Waismann Friedrich, *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, London-New York, Routledge, 2004.
Wittgenstein, Ludwig, Ambrose Alice (ed.), *Wittgenstein's Lectures. Cambridge 1930-32*, New York, Prometheus Books, 2001.

Autres textes :

Carnap, Rudolf, «Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage», *in* J. Laurent, C. Romano, *Le Néant. Contribution à l'histoire du non-être dans la philosophie occidentale*, pp. 535-560.
Dauben, J.W., «The Battle for Cantorian Set Theory», *in* Kinyon, Michael and van Brummelen, Glen (ed.), *Mathematics and the Historian's Craft : the Kenneth O. May Lectures*, New York, Springer, 2005, pp. 221-241.

[66] L. Wittgenstein, *Remarks...*, *op.cit.*, II, §12.
[67] **Wawrzyn Warkocki** est doctorant en philosophie à l'Université de Toulouse – Jean Jaurès et à la Bergische Universität Wuppertal. Ses recherches sont actuellement concentrées autour de la question de l'événement et de la métaphysique dans la philosophie française et allemande contemporaine, principalement chez Heidegger et Deleuze. Il a étudié les Lettres et la philosophie à l'université d'Adam Mickiewicz à Poznań, achevé par un travail de licence sur la méthode archéologique de Foucault. Ancien étudiant d'Erasmus Mundus EuroPhilosophie, il a étudié à l'Université Charles de Prague, à l'Universidade Federal de São Carlos et l'Université de Toulouse II - Le Mirail où il a soutenu la thèse de mémoire intitulée « Deleuze. Une logique de l'événement »

Ferreirós, J., «The Motives behind Cantor's Set Theory – Physical, Biological, and Philosophical Questions», *in Science in Context*, n° 17, 2004, pp. 1-35.

Hilbert, Divid, "On the Infinite", *in* P. Benacerraf, H. Putnam (ed.) *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, London-New York, Cambridge University Press, 1983, pp.183-201.

Husserl, Edmund, *Ideen I*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1976.

Kanamori, A., «The Mathematical Development of Set Theory from Cantor to Cohen», *in The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 2, 1996, p. 1-71.

Marion, Mathieu, *Wittgenstein, Finitism and the Foundation of Mathematics*, New York, Oxford University Press, 1998.

Monk, Ray, *The Duty of Genius*, New York, Penguin Books, 1991.

Moore, A.W., *The Infinite*, London - New York, Routledge, 2001.

Priest, Graham, «Wittgenstein's Remarks on Gödel's Theorem», *in* M. Kolbel, B. Weiss (ed.), *Wittgenstein's Lasting Significance*, London-New York, Routledge, 2004, pp. 207-227.

Richir, Marc, «Une antinomie quasi-kantienne dans la fondation cantorienne de la théorie des ensembles», *in Études phénoménologiques n°3 : Phénoménologie et sciences exactes*, Ousia, Bruxelles, 1986, pp.83-115.

Rodych, Victor, «Wittgenstein's Philosophy of Mathematics», *in Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2011. http://plato.stanford.edu/entries/wittgenstein-mathematics/

Russell, Bertrand, *Our Knowledge of External World*, London, George Allen & Unwin Ltd Ruskin House, 1914.

Tengelyi, László, «Experience and Infinity in Kant and Husserl», *in Tijdschrift voor Filosofie*, n° 68, 2005, pp.479-500.